



فصلنامه راهبرد مدیریت مالی

دانشگاه الزهرا

سال نهم، شماره سی و هفتم، تابستان ۱۴۰۱

صفحات ۲۸-۱



مقاله پژوهشی

پویایی‌های ارزش در معرض ریسک: رویکرد کاپولا- $VAR$  بهینه‌شده با الگوریتم فراابتکاری  $PSO$ <sup>۱</sup>

محمد نادری<sup>۲</sup>، مجید مهرجو<sup>۳</sup>، جلال نادری<sup>۴</sup>

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۲۲

### چکیده

برآورد دقیق و صحیح ارزش در معرض ریسک ( $Var$ ) از جمله موضوعات مورد توجه پژوهشگران و نهادهای مالی است. علیرغم مفهوم ساده  $Var$ ، اندازه‌گیری آن دارای محدودیت‌هایی همانند فرض نرمال بودن توزیع، عدم در نظر گرفتن پویایی‌ها در طی زمان و در نظر گرفتن چندک‌های شرطی به صورت خطی است. در این پژوهش از مدل  $MCAViaR$  و مدل کاپولای ترکیبی نوع کلایتون و  $t$  برای برآورد  $Var$  و از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات ( $PSO$ ) به منظور تخمین پارامتر وابستگی، برای حل این مشکلات استفاده شده است. نمونه پژوهش ده شرکت بزرگ و فعال بورس تهران و دوره زمانی پژوهش از فروردین سال ۱۳۹۸ تا اسفند سال ۱۳۹۸ است. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که ضرایب وابستگی دمی مدل  $MCAViaR$  برای سهام مورد مطالعه برخلاف پژوهش‌های خارجی برابر صفر است و در نتیجه این مدل را می‌توان به دو معادله مستقل  $CAViaR$  تقسیم کرد. نتایج حاصل از تخمین کوانتایل‌های متغیر با زمان، نیز حاکی از آن است که سری‌های زمانی کوانتایل‌های حاصل از مدل کاپولای ترکیبی به سبب فرکانس بالای زمانی نسبت به مدل  $MCAViaR$ ، پویایی را به خوبی نشان می‌دهد. نتایج حاصل از آزمون پس‌آزمایی کوپیک نیز تأییدکننده عملکرد بهتر مدل کاپولای ترکیبی نسبت به مدل  $MCAViaR$  است.

**واژگان کلیدی:** تخمین  $Var$ ، مدل  $MCAViaR$ ، کاپولا، بهینه‌سازی، الگوریتم فرا ابتکاری  $PSO$

**طبقه‌بندی JEL:** E17, G32, C13

۱. کد DOI مقاله: 10.22051/JFM.2022.39266.2653

۲. استادیار، گروه مالی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشکدگان فارابی، دانشگاه تهران، قم، ایران، (نویسنده مسئول)، Email: m.nadiri@ut.ac.ir

۳. کارشناسی ارشد، گروه مدیریت مالی، دانشگاه تهران، تهران، ایران، Email: majid.mehrjou1@gmail.com

۴. دکترا، گروه مدیریت مالی، دانشگاه تهران، تهران، ایران، Email: jalalnaderi@ut.ac.ir

## مقدمه

ارزش در معرض ریسک<sup>۱</sup> (VaR) معیاری است که برای سنجش زیان احتمالی پرتفوی ناشی از ریسک بازار بکار گرفته می‌شود. این مفهوم از اوایل دهه ۱۹۹۰، به دلیل سادگی، مورد استقبال فراوان قرار گرفت و به‌عنوان جزء کلیدی مدیریت ریسک بازار برای بسیاری از مؤسسات مالی پذیرفته شد (یو<sup>۲</sup> و همکاران، ۲۰۱۸). ارزش در معرض ریسک، معیاری ملموس و در دسترس است که می‌تواند با دیدی کلی در تعیین ریسک‌های آتی، توسعه یابد (هارت<sup>۳</sup>، ۲۰۱۷).

محاسبه VaR معادل با تخمین کوانتایل‌های دمی توزیع شرطی بازدهی‌های آینده پرتفوی است. علی‌رغم مفهوم ساده VaR، اندازه‌گیری آن یک مسئله آماری بسیار چالشی است. روش‌های سنتی محاسبه VaR بر این فرض استوار هستند که دارایی‌های مالی دارای توزیع نرمال هستند؛ اما این فرض، فرض مناسب و دقیقی نیست و برخی اوقات منجر به نتایج گمراه‌کننده‌ای می‌شود. بنابراین، نیاز به رویکردی برای حل این مشکل احساس می‌شود. همچنین، روش VaR وابسته به توزیع مشترک بازدهی متغیر با زمان پرتفوی است. در نتیجه، یکی از محدودیت‌های اصلی این معیار، ایستایی آن و تطبیق یک مدل مناسب برای کوانتایل‌های شرطی متغیر با زمان است (دی‌لوکا<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۱۹؛ کیم<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۱۹). به همین علت، پژوهشگران در پی دستیابی به معیاری پویا برای آن بوده‌اند (فرانک و زاکوئیان<sup>۶</sup>، ۲۰۱۸).

برای رفع مشکلات مدل‌های VaR رویکردهایی ارائه شدند که از جمله آن‌ها می‌توان ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR)<sup>۷</sup> توسط راکفلر و یوریاسف<sup>۸</sup> (۲۰۰۰)، مدل خودرگرسیون شرطی<sup>۹</sup> ارزش در معرض ریسک (CAViaR) توسط انگل و مانگانلی<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۴) و توسعه مدل CViaR به مدل CViaR چند متغیره (MCViaR)<sup>۱۱</sup> توسط وایت، کیم و مانگانلی (۲۰۱۵) اشاره کرد. هر چند این روش‌ها برخی از مشکلات روش‌های کلاسیک Var را رفع کرده‌اند، اما یکی از اصلی‌ترین محدودیت‌های این رویکردها، در نظر گرفتن چندک‌های شرطی به‌صورت خطی است و این ویژگی هنگامی که رابطه بین دارایی‌ها در دم‌ها غیرخطی است، برای چندک‌های شرطی تقریبی نامناسب است.

- 
1. Value at risk
  2. Yu
  3. Hart
  4. De Luca
  5. Kim
  6. Zakoian
  7. Conditional VaR
  8. Rockafellar & Uryasev
  9. Conditional AutoRegressive
  10. Engle & Manganelli
  11. The Multivariate CAViaR

در ادبیات بحث برای رفع این مشکلات، بحث توابع کاپولا معرفی شده‌اند که با استقبال زیادی مواجه شده‌اند (هوتا و همکاران<sup>۱</sup>، ۲۰۰۸) و با استفاده از آن‌ها می‌توان روابط غیرخطی را بررسی کرد. توابع کاپولا به سهولت قادر به بسط اندازه‌گیری ریسک بازار در حالت‌های چند متغیره هستند که این امر ناشی از تخمین جداگانه احتمال مشترک از رفتار حاشیه‌ای بازدهی دارایی‌ها است (دی‌لوکا و همکاران، ۲۰۱۹). ضمن اینکه روش‌هایی همانند رویکرد خودرگرسیون برداری مبتنی بر کاپولا برای تخمین VaR پرتفوی، یک نمایش چند متغیره غیرخطی انعطاف‌پذیر را در میان کوانتایل‌ها ارائه می‌کند که در وقفه‌های گوناگون لحاظ گردیده و محدودیت‌های سایر روش‌ها را از بین می‌برد (جینس و دان<sup>۲</sup>، ۲۰۲۰).

در این پژوهش مدل VAR ارائه شده است که یک رابطه غیرخطی میان کوانتایل‌های تک متغیره تخمین زده‌شده توسط مدل‌های CAViaR تک متغیره برقرار می‌سازد. برای به دست آوردن ضریب وابستگی پرتفوی نیز از مدل‌های کاپولای بهینه شده با استفاده از الگوریتم فراابتکاری PSO استفاده شده است؛ چراکه از بین الگوریتم‌های فرا ابتکاری، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات<sup>۳</sup> (PSO) با توجه به سرعت بالای همگرایی، کاربرد گسترده‌ای در پژوهش‌های بهینه‌سازی دارد. آنچه این پژوهش را از سایر پژوهش‌های مشابه متمایز می‌سازد ارائه یک رویکرد بهینه‌سازی با الگوریتم فراابتکاری برای تخمین ضریب وابستگی پرتفوی با استفاده از توابع کاپولا و استفاده از آن برای رویکرد VAR کاپولا برای تخمین بهینه VaR است که از پویایی صحیح و پایدارتری از کوانتایل‌ها برخوردار است.

این پژوهش در پنج بخش تنظیم شده است؛ پس از بیان مقدمه، مبانی نظری و پیشینه پژوهش‌های داخلی و خارجی بررسی گردیده است، روش‌شناسی پژوهش بخش بعدی پژوهش است. در ادامه آزمون مدل و تجزیه و تحلیل یافته‌ها نگاشته شده و در پایان، نیز بحث و نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

## مبانی نظری

یکی از محبوب‌ترین و پرکاربردترین ابزارهای اندازه‌گیری ریسک بازار، روش «ارزش در معرض ریسک» (VaR) است که برای اولین بار در سال ۱۹۶۳ توسط بامول<sup>۴</sup> مطرح گردید و از اوایل دهه ۱۹۹۰ به‌عنوان ابزاری برای سنجش ریسک، کاربرد گسترده‌ای پیدا کرد (گان<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۲۰). ارزش در معرض ریسک به‌عنوان بیشینه‌ی زبان یک پرتفوی با احتمال معلوم و در یک بازه زمانی مشخص، تعریف می‌شود (کارماکار<sup>۶</sup>، ۲۰۱۷). VaR نگاهی روبه‌جلو دارد و با در نظر گرفتن آخرین ترکیب پرتفوی و ارزش بازار دارایی‌ها،

1. Hotta
2. Geenens & Dunn
3. Particle Swarm Optimization
4. Baumol
5. Gan
6. Karmakar

متغیرهای بازار را برای افق زمانی کوتاه‌تری برآورد کرده و تخمین دقیق‌تری از ریسک را ارائه می‌دهد (فرانک و زاکوئیان، ۲۰۱۸).

روش‌های کلاسیک محاسبه ارزش در معرض ریسک را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:  
 ۱- شبیه‌سازی تاریخی ناپارامتریک<sup>۱</sup>، با این فرض که در هر پنجره زمانی، احتمال بازده‌ها برابر است؛  
 ۲- روش‌های کاملاً پارامتریک مبتنی بر مدل‌های اقتصادسنجی برای مدل‌سازی پویایی‌های نوسان و با فرض نرمال بودن شرطی (همانند اکثر مدل‌های خانواده گارچ)<sup>۳</sup>؛  
 ۳- مدل‌های بر پایه تئوری ارزش فرین (EVT)<sup>۲</sup> که برای صدک‌های بالاتر از ۵ درصد، نامناسب هستند (دی‌لوکا و همکاران، ۲۰۱۹).

روش شبیه‌سازی تاریخی، نیاز به هیچ فرضی در مورد شکل توزیع عامل ریسک که بر بازده پرتفوی اثر می‌گذارد، ندارد. از آنجایی که توزیع عوامل ریسک از جمله بازده دارایی‌ها، دم پهنی دارد، روش شبیه‌سازی تاریخی در مقایسه با دیگر روش‌های ارزش در معرض ریسک که فرض می‌کنند عوامل ریسک توزیع نرمال دارند، می‌تواند روش بهتری باشد. محدودیت اصلی این روش آن است که در محاسبه تابع توزیع تجمعی تجربی پرتفوی، فرض می‌کند که احتمال وزن بازده‌های روزانه، برابر است. این معادل این است که فرض کنیم عوامل ریسک و در نتیجه بازده‌های شبیه‌سازی شده‌ی تاریخی، در گذر زمان، توزیع مستقل و یکسانی (I.i.d.)<sup>۴</sup> دارند. با وجود این، این فرض در اکثر موارد واقع‌بینانه نیست، چرا که نمی‌تواند نوسان بازده دارایی‌ها که با زمان تغییر می‌کند را به تصویر بکشد و اینکه دوره‌های نوسانات بالا و پایین تمایل دارند با هم خوشه شوند (بولرسلف<sup>۵</sup>، ۱۹۸۶؛ دی‌لوکا و همکاران، ۲۰۱۹).

در روش دوم، پویایی‌های روش VaR را به عنوان نتیجه فرعی یک مدل واریانس ناهمسان، همانند یک مدل گارچ، در نظر می‌گیرند. با این وجود، عیب اصلی این نوع مدل‌ها فرض نرمال بودن شرطی آن‌هاست در حالی که این فرض خلاف رفتار غیرنرمال بازده دارایی‌هاست. در پژوهش‌های مالی جایگزین مناسب این مدل‌ها، مدل‌هایی از نوع گارچ است که نوسانات متغیر با زمان را به توزیع تی استیودنت متصل می‌کنند، چرا که این مدل‌ها در مقایسه با توزیع نرمال، وزن احتمالاتی بیشتری را برای دم در نظر می‌گیرند (بولرسلف و همکاران، ۱۹۹۴).

روش ارزش فرین (EVT) برای کمترین چندک‌ها، معمولاً زیر ۵ درصد (دنیلسن و دی وریس<sup>۶</sup> ۲۰۰۰)، به کار می‌رود و در یک چارچوب متغیر، توزیع مستقل و یکسان تعبیه شده است که مناسب اکثر داده‌های مالی نیست. مک‌نیل و فری (۲۰۰۰) با در نظر گرفتن رفتار خوشه‌ای<sup>۶</sup> بازده‌های شدید و با در نظر گرفتن ویژگی‌های چندک‌های شرطی، یک روش دو مرحله‌ای را پیشنهاد کردند که ترکیبی است از مدل گارچ که نوسان بازده سری‌های زمانی را پیش‌بینی می‌کند و تکنیک‌های EVT که پسماندها را استاندارد

1. Nonparametric historical simulation
2. Extreme Value Theory
3. Independently and Identically Distributed
4. Bollerslev
5. Danielsson and de Vries
6. Clustering Behaviour

می‌کنند. اگر چه، این روش در عمل جواب خوبی دارد، اما این دیدگاه، نظریه‌ای درباره رفتار خوشه‌ای حدی بر اساس پسماندهای مدل گارچ، بیان نمی‌کند (میکوش<sup>۱</sup>، ۲۰۰۳).

به‌طور کلی، علی‌رغم مفهوم ساده VaR اندازه‌گیری آن به دلیل وابستگی آن به توزیع مشترک تمامی دارایی‌های مالی پرتفوی و توزیع بازدهی‌های متغیر با زمان آن‌ها، یک مسئله آماری چالشی است. مشکل اساسی، ارائه یک مدل مناسب برای کوانتایل‌های شرطی متغیر با زمان است. همچنین، در بسیاری از مدل‌ها فرض می‌شود که بازدهی سهام‌ها دارای توزیع نرمال است و حال آنکه نتایج پژوهش‌های مختلف این فرض را رد کرده‌اند. بر اساس نتایج این پژوهش‌ها، هنگامی که توزیع بازده دارایی نرمال نباشد و نیز ارزش در معرض ریسک زیرجمعی و محدب نباشد، معیار VaR برخلاف آنچه آرتزرنر<sup>۲</sup> و همکاران (۱۹۹۹) بیان می‌کنند، معیار منسجمی برای محاسبه ریسک به حساب نمی‌آید.

راکفلر و یوریاسف (۲۰۰۰) با توجه به ویژگی‌های غیر نرمال بازده دارایی‌ها، پیشنهاد کردند که برای محاسبه ریسک، از معیار جایگزین ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) به منظور برطرف کردن محدودیت‌های ارزش در معرض ریسک، استفاده شود. این معیار اکثر مزایای VaR به همراه ویژگی‌های زیرجمعی و تحدب را نیز داراست و بنابراین، معیار منسجمی برای ریسک به حساب می‌آید. به‌علاوه، CVaR مکمل ارزش در معرض ریسک است و زیان پیش‌بینی‌شده را با توجه به این که زیان در سطوح مشخصی از اطمینان، از ارزش در معرض ریسک بیشتر یا با آن برابر است، اندازه‌گیری می‌کند (فیلیپی<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۱۰). انگل و مانگانلی (۲۰۰۴)، مدل خودرگرسیون شرطی ارزش در معرض ریسک (CAViaR) را برای رفع مشکلات رویکردهای کلاسیک در ارزیابی پویایی ارزش در معرض ریسک ارائه کردند. این روش یک رویکرد نیمه‌پارامتریک است که هیچ توزیع خاصی را برای بازده‌ها در نظر نمی‌گیرد و چندک‌های متغیر با زمان را به طور مستقیم و بدون مدل‌سازی کل توزیع بازده‌ها، تخمین می‌زند و یک مشخصه خودرگرسیون شرطی برای ارزش در معرض ریسک (CAViaR) فراهم می‌کند.

اگرچه در روش CAViaR هیچ توزیع پارامتریکی برای بررسی رفتار کوانتایل‌ها (چندک‌ها) در نظر گرفته نمی‌شود، با این حال، محدودیت اصلی این رویکرد، در نظر گرفتن چندک‌های شرطی به صورت خطی است. همچنین، در این روش تا حدودی بی‌ثباتی در رویه بهینه‌سازی که همیشه همگرایی به حداقل ساز منحصر به فرد<sup>۴</sup> را تضمین نمی‌کند، مشاهده می‌شود (دی‌لوکا و همکاران، ۲۰۱۹). وایت، کیم و مانگانلی (۲۰۱۵)، برای مطالعه میزان وابستگی متقابل متغیرهای تصادفی مختلف و اندازه‌گیری دقیق‌تر ریسک دم، روش تک متغیره CAViaR را به چارچوب چندمتغیره توسعه داده‌اند تا سرریزهای<sup>۵</sup> احتمالی روی Varها را در نظر بگیرند. مدل CViaR چند متغیره (MCViaR) را می‌توان نوعی بسط مدل‌های خودرگرسیون برداری به مدل‌های کوانتایل (چندکی) به در نظر گرفت. روش‌های کلاسیک علاوه بر مشکل در برآورد

1. Mikosch
2. Artzner
3. Filippi
4. Unique Minimizer
5. Spillovers



روابط غیرخطی، برای تحلیل‌های چند متغیره نیازمند مشخص بودن توزیع‌های حاشیه‌ای و یکسان بودن نوع آن‌ها است. از این‌رو، استفاده از این روش‌ها با محدودیت‌هایی روبرو است.

نتایج پژوهش‌های آماری نشان داده است که توابع کاپولا ابزار بسیار مفیدی برای بررسی رفتار آماری متغیرهای وابسته است که محدودیت‌های توابع چند متغیره کلاسیک را ندارند. همچنین با استفاده از رویکرد کاپولا می‌توان روابط غیرخطی را در نظر گرفت. مدل‌های کاپولا را به راحتی می‌توان برای اندازه‌گیری ریسک بازار به ساختار مدل‌های چند متغیره توسعه داد، چراکه احتمال توأم و رفتار حاشیه‌ای بازده دارایی‌ها را جداگانه تخمین می‌زنند (جینس و دان، ۲۰۲۰). مفهوم آماری و ریاضی تابع کاپولا برای اولین بار توسط اسکالار<sup>۱</sup> در سال ۱۹۵۹ ارائه شد. کاپولا یک تکنیک ریاضی انعطاف‌پذیر است که با اتصال مجموعه‌ای از توابع احتمال تجمعی حاشیه‌ای تک‌متغیره به یکدیگر، یک تابع احتمال تجمعی چندمتغیره تولید می‌کند. در واقع، کاپولا بر مبنای وابستگی غیرخطی بین متغیرها است و مرتبط کننده توزیع توأم و توابع حاشیه‌ای به شمار می‌آید. عموماً توابع کاپولا توانایی ترکیب هر شکلی از توابع احتمال تجمعی حاشیه‌ای را دارند؛ چرا که برای تولید یک مدل چندمتغیره، توزیع‌های حاشیه‌ای می‌توانند مستقل از هم انتخاب شده و لازم نیست که مانند توابع توزیع دو متغیره، تابع حاشیه‌ای دارای یک توزیع خاصی باشد. از جمله مهم‌ترین خصوصیات توابع کاپولا این است که قادر به نشان دادن تغییرات درجه همبستگی متغیرها در بخش‌های مختلف توزیع احتمال توأم هستند؛ که این ویژگی در روش‌های شبیه‌سازی متغیرهای تصادفی دیگر وجود ندارد (ژانگ و جیانگ<sup>۲</sup>، ۲۰۱۹؛ کیم و همکاران، ۲۰۱۹).

## روش کاپولا

به‌طور کلی روش‌های مختلف برآورد پارامتر کاپولا ( $\theta$ ) را می‌توان در چهار دسته روش‌های ناپارامتریک، روش‌های پارامتریک، روش‌های نیمه پارامتریک و روش‌های ترکیبی بهینه‌سازی تقسیم کرد. پارامتر مهم توابع کاپولا، میزان وابستگی بین توزیع‌های دمی است که تخمین نامناسب آن منجر به تفسیر غیردقیق می‌شود. یکی از راه‌های تخمین پارامتر وابستگی، استفاده از فرایندهای بهینه‌سازی با توجه به دقت بسیار بالا آنها است. روش ترکیبی بهینه‌سازی یکی از روش‌های برآورد پارامتر کاپولا است که در آن، هر سه روش ناپارامتریک، نیمه پارامتریک و پارامتریک را می‌توان با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی، ترکیب کرده و پارامترهای بهینه کاپولا را برآورد کرد. یکی از این تکنیک‌ها، الگوریتم‌های فراابتکاری هستند.

الگوریتم‌های فراابتکاری آن دسته از الگوریتم‌هایی هستند که با الهام گرفتن از طبیعت، فیزیک و عملکرد ژنتیکی انسان ابداع شده‌اند و کاربردهای بسیار متنوعی در مسائل بهینه‌سازی دارند. روند کار این الگوریتم‌ها به این صورت است که با تولید یک جمعیت اولیه در فضای جستجو و ارزیابی تابع هدف و اعمال عملگرهای خاص، به سمت جواب بهینه حرکت می‌کنند (لی و گیم<sup>۳</sup>، ۲۰۰۵). تاکنون الگوریتم‌های

1. Sklar
2. Jiang
3. Lee & Geem

فراابتکاری مختلفی توسط محققین ارائه شده است. در این میان، یکی از الگوریتم‌ها وابسته به حرکت اجتماعی جانورانی همچون پرندگان است که به سبب پیروی از قوانین حرکتی نیوتن، نیاز به اطلاعات و عملگرهای کمتری دارد و بنابراین سرعت همگرایی (رسیدن به پاسخ بهینه) به مراتب بیشتر است. این الگوریتم را در اصطلاح، الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) می‌نامند.

با توجه به آنچه بیان شد، در این پژوهش به بررسی پویایی‌های ارزش در معرض ریسک با استفاده از مدل MCAViaR و مدل کاپولای ترکیبی کلایتون و t پرداخته می‌شود. به منظور ارزیابی دقیق مقادیر وابستگی بین سهام مورد مطالعه، از بهینه‌سازی مدل کاپولای ترکیبی با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری PSO استفاده می‌شود. علت استفاده از این الگوریتم، سرعت بالای همگرایی آن است.

### پیشینه پژوهش

در سال‌های اخیر پژوهش‌های فراوانی در داخل و خارج با استفاده از رویکرد کاپولا برای برآورد VaR در بازارهای مختلف مالی صورت پذیرفته است که در زیر به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود. هوانگ<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۰۹) از مدل کاپولا- گارچ در تخمین VaR یک پرتفوی، متشکل از NASDAQ و TAIEX استفاده نمودند. نتایج پژوهش‌هایشان نشان داد که در مقایسه با روش‌های سنتی، مدل کاپولای VaR از قدرت تخمین بالاتری برخوردار است. نگوین و هوین<sup>۲</sup> (۲۰۱۵) پژوهشی با استفاده از دو روش AR(1)- GARCH(1) و کاپولاهای گوسی و student-t به تخمین VaR پرداختند. داده‌های مورد استفاده آن‌ها شامل پرتفوی متشکل از ۶ ارز دیجیتال است. نتایج این پژوهش نشان داد که مدل‌های کاپولا، تخمین VaR بهتری نسبت به روش گارچ دارند. در پژوهشی، الوی و بن عیسی<sup>۳</sup> (۲۰۱۶) با استفاده از روش Copula vine به ارزیابی همبستگی متغیر با زمان بین بازارهای سهام، انرژی و ارز پرداختند. با در نظر گرفتن دوره‌های نمونه‌برداری متفاوت مشخص گردید که ارتباط بین بازدهی‌ها در طول زمان ثابت نبوده و به صورت متغیر با زمان است.

اماری و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۱۸) در مقاله‌ای ارزش در معرض ریسک (VAR) پرتفوی ارزی را برای چهار جفت نرخ ارز با استفاده از روش GARCH-EVT-COPULA محاسبه نمودند و به این نتیجه رسیدند که کاپولای تی-استیودنت بهترین کاپولا در مدل‌سازی ساختار وابستگی بین همه جفت‌های نرخ‌های مبادله ارز است و مدل GARCH - EVT - COPULA، ارزش در معرض ریسک پرتفوی را بر اساس آزمون‌های پس آزمایی با موفقیت به انجام رساندند.

دی‌لوکا و همکاران (۲۰۱۹) در پژوهشی با ارائه یک روش CAViaR چندمتغیره به اندازه‌گیری صحیح پویایی‌های مشترک در ارزش در معرض ریسک با استفاده از ساختار وابستگی شرطی کوانتایل پرداختند. تخمین

1. Huang
2. Nguyen & Huynh
3. Afouï & Ben Aïssa
4. Omari

پارامترهای کوانتایل در این پژوهش بر اساس رگرسیون کوانتایل چندگانه صورت گرفت. آن‌ها رفتار کوانتایل شرطی برخی از سهام‌ها را برحسب کوانتایل پرتفوی با استفاده از یک رویکرد خودرگرسیون برداری کوانتایل مبتنی بر کاپولا بررسی کرده و نتایج آن را با مدل CAViaR دومتغیره مقایسه کردند. نتایج این پژوهش نشان داد که رویکرد کاپولا منجر به نتایج بهتری در تخمین VaR می‌شود. بیونا و سانگ<sup>۱</sup> (۲۰۲۱) به بررسی عملکرد کاپولاهای مختلف برای داده‌های با ابعاد بالا و چندین ساختار وابستگی مختلف پرداختند. در این مقاله کاپولاهایی مانند کاپولاهای بیضوی، سلسله مراتبی و vine در محاسبه VaR پرتفوی‌ها برای یافتن توابع کاپولای مناسب در ساختارهای وابستگی مختلف در میان توزیع‌های بازده دارایی‌ها مقایسه شدند. در مطالعات مربوط به شبیه‌سازی تحت ساختارهای وابستگی مختلف و تحلیل داده‌های واقعی، کاپولای سلسله مراتبی کلاسیک بهترین عملکرد را در محاسبه VaR با استفاده از چهار دارایی نشان داد.

فلاح‌پور و باغبان (۱۳۹۳) با استفاده از روش کاپولا CVAR اقدام به بهینه‌سازی سهام کرده و با روش Mean-CVaR مقایسه تطبیقی انجام دادند. نتایج پژوهش نشان داد که روش کاپولا دارای عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌ها است. پیش بهار و عابدی (۱۳۹۶) با استفاده از آزمون‌های کریستوفرسن، تابع امتیاز احتمال درجه دوم و ریشه میانگین مجذور خطا، نشان دادند که روش شبیه‌سازی مونته‌کارلو مبتنی بر کاپولا در مقایسه با سایر روش‌ها نتایج بهتری دارد.

باباجانی و همکاران (۱۳۹۷) در پژوهشی با استفاده از رویکرد ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) چارچوبی جهت سنجش و پیش‌بینی ریسک سیستمی در بازار سرمایه ایران ارائه نمودند در این پژوهش، تلاش گردید با بهره‌برداری از ساختار پنبلی داده‌ها و ارتباط  $\Delta\text{CoVaR}$  با مقادیر متغیرهای خاص شرکت، ریسک سیستمی پیش‌بینی گردد.

علی‌زاده و فلاح (۱۴۰۰) با هدف ارائه مدلی دقیق‌تر برای محاسبه ریسک بانک‌ها و مؤسسات مالی با ترکیب معیار ارزش در معرض ریسک پرتفوی با توابع کاپولا، به معرفی مدل -ARIMA (COPULA) GARCH پرداختند. نتایج نشان داد که به‌جز مدل واریانس-کوواریانس تقریباً تمامی روش‌های مقایسه شده از نظر آماری، در محاسبه VAR از دقت کافی برخوردارند، ولی نتایج روش رتبه‌بندی داو بسیار به یکدیگر نزدیک است. طبق این روش در سطح معناداری ۵٪ مدل GEV و در سطح معناداری ۱٪ مدل شبیه‌سازی تاریخی دارای کمترین تابع زیان بودند.

با مطالعه پژوهش‌های مختلف، می‌توان گفت که روش‌های مختلفی برای تخمین VaR بیان شده است که در این میان استفاده از توابع کاپولا با توجه به قدرت این توابع در بررسی توابع چندمتغیره و نداشتن فرض نرمال بودن داده‌ها، در سال‌های اخیر کاربرد گسترده‌ای یافته‌اند. همچنین استفاده از مدل‌های خودرگرسیون ارزش در معرض ریسک (CAViaR) منجر به تخمین بهتر VaR می‌شود؛ اما با توجه به اینکه این مدل‌ها صرفاً رابطه خطی میان کوانتایل‌های سهام پرتفوی را در نظر می‌گیرند، لذا، رابطه غیرخطی بین سهام در این مدل‌ها نادیده گرفته می‌شود که این امر منجر به کاهش دقت مقدار VaR محاسباتی

می‌شود؛ بنابراین، نیاز به رویکردی است که با استفاده از مدل خودرگرسیون برداری، اثرات غیرخطی میان سهام را نیز در نظر بگیرد. در این میان، توابع کاپولا این قدرت را به مدل داده و می‌توان با ترکیب VAR با کاپولا به مناسب‌ترین تخمین در مقایسه با مدل‌های CAViaR به دست آورد. با توجه به مباحث بیان شده این پژوهش به دنبال بررسی سئوال‌های زیر است:

#### سئوال اصلی پژوهش

آیا می‌توان یک رویکرد کاپولا - VAR بهینه شده با الگوریتم فرا ابتکاری PSO برای بررسی پویایی‌های VaR ارائه کرد؟

#### سئوال‌های فرعی پژوهش

- (۱) روند تخمین بهینه ضریب وابستگی مدل کاپولا با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری PSO چگونه است؟
- (۲) آیا مدل Copula-VAR نسبت به مدل CAViaR که یک مدل با روابط سنجی خطی است، توانایی در نظر گرفتن روابط غیرخطی در تحلیل پویایی‌های VaR را دارد؟
- (۳) آیا مدل Copula-VAR بهینه شده نسبت به مدل CAViaR چندمتغیره (MCAViaR) عملکرد بهتری در تخمین پویایی‌های VaR دارد؟

#### روش‌شناسی پژوهش

همان‌گونه که بیان شد با توجه به مشکلاتی که مدل‌های مختلف VaR از جمله فرض نرمال بودن توزیع، عدم توان برخی از مدل‌ها برای بررسی نوسانات متغیر با زمان و نیز عدم امکان در نظر گرفتن روابط غیرخطی دارند، توابع کاپولا برای رفع این مشکلات معرفی شده‌اند. یکی از راه‌های تخمین پارامتر وابستگی، استفاده از فرآیند بهینه‌سازی است؛ در این میان، الگوریتم‌های فراابتکاری با توجه به دقت بسیار بالا در کانون توجه هستند. در این پژوهش پویایی‌های ارزش در معرض ریسک با استفاده از مدل MCAViaR و مدل کاپولای ترکیبی کلایتون و t بررسی می‌شود. به منظور ارزیابی دقیق مقادیر وابستگی بین سهام مورد مطالعه، از بهینه‌سازی مدل کاپولای ترکیبی با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) استفاده می‌شود که این روش با توجه به سرعت بالای همگرایی، کاربرد گسترده‌ای در پژوهش‌های بهینه‌سازی دارند.

#### الگوریتم PSO

الگوریتم PSO در سال ۱۹۹۵ توسط کندی<sup>۱</sup> و ابرهات<sup>۲</sup> معرفی شد که الهام گرفته از رفتارهای اجتماعی حیواناتی همچون مهاجرت پرندگان، حرکت دسته ماهی‌ها و ... است. مرحله آغازی این الگوریتم

1. Kennedy  
2. Eberhart

مانند سایر الگوریتم‌های فرا ابتکاری، تولید تصادفی جمعیت اولیه (ذره) است (کندی، ۲۰۱۰). این الگوریتم بر اساس قوانین حرکتی نیوتن است و هر ذره بر اساس دو مؤلفه موقعیت و سرعت خود مقداردهی می‌شوند. بهترین موقعیت پیشین و فعلی هر ذره مقایسه در حافظه ذخیره می‌شود و با استفاده از اطلاعات حاصل از این حافظه حرکت ذرات در مرحله بعدی انتخاب شده و سرعت و موقعیت آن‌ها برحسب بهترین جواب‌های مطلق و محلی به‌روز می‌شوند. موقعیت هر ذره در جمعیت، به‌وسیله جمع سرعت همان ذره با موقعیت فعلی آن از رابطه (۱) به دست می‌آید (ابرهات و شای<sup>۱</sup>، ۱۹۹۸).

$$p_i(t+1) = p_i(t) + v_i(t+1) \quad (1)$$

در این رابطه،  $p_i$  بیانگر موقعیت  $i$  امین ذره و  $v_i$  نمایانگر سرعت آن است. تعداد تکرار نیز با  $t$  نشان داده می‌شود؛ به‌روزرسانی بر اساس سرعت ذره صورت می‌گیرد و از رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

$$V_{ij}(t+1) = V_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)[p_{ij}^{Lbest} - p_{ij}(t)] + c_2 r_{2j}(t)[p_{ij}^{Gbest} - p_{ij}(t)] \quad (2)$$

در رابطه فوق،  $V_{ij}(t)$  بیانگر مؤلفه  $j$  ام از سرعت ذره  $i$  ام در زمان  $t$ ؛  $V_{ij}(t+1)$  سرعت ذره  $i$  در راستای  $j$  در زمان  $t+1$ ؛  $c_1$  ضریب یادگیری یا شتاب شخصی؛  $[0, 2]$ ،  $c_2$  ضریب یادگیری یا شتاب جمعی؛  $[0, 2]$ ،  $r_1, r_2$  اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت بین  $(0, 1)$ ؛  $p_{ij}^{Gbest}$  بهترین موقعیت محلی ذره و  $p_{ij}^{Lbest}$  بهترین تجربه جمعی ذرات است. برای کنترل بهتر فضای جستجو، انگیزه کاهش سرعت ماکزیمم ذرات مطرح شده و الگوریتم PSO به‌صورت رابطه (۳) اصلاح می‌شود.

$$V_{ij}(t+1) = wV_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)[p_{ij}^{Lbest} - p_{ij}(t)] + c_2 r_{2j}(t)[p_{ij}^{Gbest} - p_{ij}(t)] \quad (3)$$

در این رابطه،  $w$  وزن اینرسی است. این ضریب تأثیر زیادی در همگرایی الگوریتم از دحام ذرات دارد؛ به‌گونه‌ای که به ازای مقادیر بزرگ  $w$ ، ذرات موجود در الگوریتم به جستجوی مناطق جدیدتر روی آورده و یک جستجوی سراسری انجام می‌دهند. از سوی دیگر، به ازای مقادیر کوچک  $w$ ، ذرات در یک فضای محدودی می‌مانند و در واقع، یک جستجوی محلی انجام می‌دهند (هورفر<sup>آ</sup>، ۲۰۰۷).

### جامعه و نمونه آماری

جامعه آماری پژوهش، شامل شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران در طی دوره زمانی فروردین سال ۱۳۸۸ تا اسفند سال ۱۳۹۸ است؛ اغلب این شرکت‌ها از جمله شرکت‌های گروه‌های مهم بورسی هستند. نمونه انتخابی شامل ۱۰ سهم از بین گروه‌های مهم بورسی موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر است که این شرکت‌ها در دوره‌های متعدد، جزء شرکت‌های موجود در این شاخص بوده‌اند. این سهم‌ها عبارت‌اند از: ایران ترانسفو (بترانس) از گروه ماشین آلات و دستگاه‌های برقی؛

1. Shi  
2. Hoorfar

پالایش نفت اصفهان (شپنا) از گروه فراورده‌های نفتی؛ ایران خودرو (خودرو) و گسترش سرمایه‌گذاری ایران خودرو (خگستر) از گروه خودرو و ساخت قطعات؛ فولاد خوزستان (فخوز) از گروه فلزات اساسی؛ سرمایه‌گذاری صندوق بازنشستگی (وصندوق) از گروه شرکت‌های چند رشته‌ای صنعتی؛ پتروشیمی شازند (شاراک) از گروه محصولات شیمیایی؛ ماشین‌سازی اراک (فارااک) از گروه ساخت محصولات فلزی؛ بانک ملت (وبملت) از گروه بانک‌ها و مؤسسات اعتباری و معدنی و صنعتی چادرملو (کچاد) از گروه استخراج کانه‌های فلزی.

### متغیرهای پژوهش

- متغیرهای پژوهش حاضر به دو دسته متغیرهای ورودی و متغیرهای اندازه‌گیری تقسیم می‌شوند؛
- متغیر ورودی؛ قیمت روزانه ۱۰ سهم مورد مطالعه که از سایت بورس اوراق بهادار تهران<sup>۱</sup> جمع‌آوری شده است. بدین منظور از قیمت تعدیل‌شده استفاده شده است.
  - متغیرهای اندازه‌گیری؛ این دسته از متغیرها عبارتند از:
    - بازده لگاریتمی: بیانگر بازده لگاریتمی هر یک از سهام است.
    - میزان وابستگی بین سهام ( $\theta$ ): بیانگر وابستگی توزیع‌های دمی بین دو سهم است که با استفاده از رویکرد کاپولا (به ازای دو مدل کاپولای کلاپتون و  $t$ ) و از راه بهینه‌سازی با الگوریتم فراابتکاری PSO برای زوج سهام (در مجموع ۴۵ زوج  $\leftarrow$  ۱۰ سهم) تخمین زده می‌شود.
    - ضرایب بتا: ضرایب مدل MCAViaR است که بیانگر عبارات عرض از مبدأ و وابستگی‌های دمی است.
    - کوانتایل متغیر با زمان  $q_t(\alpha)$ : بیانگر پویایی‌های ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان  $\alpha$  است که با استفاده از دو مدل MCAViaR و کاپولای ترکیبی تخمین زده می‌شوند.
- برآورد متغیرهای اندازه‌گیری در این پژوهش چند گام دارد؛
۱. محاسبه بازده لگاریتمی سهام: برای بررسی بازدهی سهام مورد مطالعه، از بازدهی لگاریتمی رابطه (۴) استفاده می‌شود.

$$r_t = 100 \times \ln \left( \frac{p_t}{p_{t-1}} \right) \quad (4)$$

- در این رابطه،  $p_t$  قیمت سهم دوره فعلی و  $p_{t-1}$  قسمت سهم دوره ماقبل است.
۲. بررسی مانایی سری‌های زمانی بازده لگاریتمی: به منظور بررسی مانایی سری‌های بازده لگاریتمی سهام از آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته<sup>۲</sup> (ADF) استفاده می‌شود که تحت عنوان آزمون ریشه واحد نیز شناخته می‌شود.

۳. محاسبه پسماندها: در این پژوهش، سری پسماندها با مدل GARCH(1,1) محاسبه شده‌اند.
۴. آزمون نرمال بودن سری زمانی پسماندها: برای بررسی نرمال بودن سری پسماندها، از آزمون جارک- برا<sup>۱</sup> استفاده می‌شود. این آزمون بر اساس شاخص‌های تقارن چولگی، کشیدگی، مطابقت سری را با توزیع نرمال بررسی می‌کند.
۵. آزمون بررسی خودهمبستگی در سری‌های زمانی پسماندها: برای بررسی وجود یا عدم وجود خودهمبستگی در سری پسماندها، از آزمون جانگ - باکس<sup>۲</sup> استفاده می‌کنیم (حسنى و یگانگی<sup>۳</sup>، ۲۰۱۹). چنانچه آماره جانگ - باکس نشان‌دهنده خودهمبستگی سری‌ها باشد، در این صورت برای رفع خودهمبستگی از مدل‌های ARIMA استفاده می‌کنیم.
۶. تخمین بهینه پارامتر وابستگی کاپولا ( $\theta$ ) برای هر سهم: در این پژوهش به منظور تخمین مقدار وابستگی  $\theta$  از رویکرد بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری استفاده می‌شود. بدین منظور، از تخمین‌گر حداکثر درست‌نمایی رابطه (۵) استفاده می‌شود.

$$\ln \mathcal{L}(\theta | F_{it-1}, F_{jt-1}, \dots, F_{pt-1}) = \ln f(F_{it-1}, F_{jt-1}, \dots, F_{pt-1} | \theta) \\ = \prod_{k=1}^n \ln f(F_k | \theta) \quad (5)$$

و تابع هدف به صورت رابطه (۶) در نظر گرفته می‌شود.

$$LL = w \times LL_c + (1 - w) \times LL_{st} \quad (6)$$

در این رابطه،  $LL_c$  و  $LL_{st}$  به ترتیب مقدار حداکثر درست‌نمایی کاپولاهای کلاپتون و t-student است و  $w$  پارامتر وزنی مشخص‌کننده درجه اهمیت هر یک از توابع کاپولا در برآورد مقدار تابع هدف است. بنابراین، سه پارامتر  $\theta_c$  (میزان وابستگی حاصل از کاپولای کلاپتون)،  $\theta_{st}$  (میزان وابستگی حاصل از کاپولای t-student) و وزن  $w$  مجهولات این مسئله بهینه‌سازی هستند که با استفاده از الگوریتم فراابتکاری PSO برآورد می‌شوند.

۷. تخمین پارامترهای مدل MCAViaR و کوانتایل‌های آن: مدل CAViaR بیانگر پویایی‌های  $\alpha$ ام کوانتایل است که به صورت زیر بیان می‌شود (دی‌لوکا و همکاران، ۲۰۱۹):

$$q_t(\alpha) = c + \sum_{m=1}^M a_m f(y_t - m) + \sum_{k=1}^K b_k q_{t-k}(\alpha) \quad (7)$$

که در آن  $K$  و  $M$  بیانگر وقفه‌های زمانی هستند که می‌توانند متفاوت از هم باشند.  $f(\cdot)$  نیز تابعی است که کوانتایل‌ها را به بازدهی‌های وقفه مشاهده شده مرتبط می‌کند. پارامترهای مدل  $(c, a_m, b_k)$  با استفاده از رگرسیون کوانتایل تخمین زده می‌شود.

۸. تخمین کوانتایل‌ها با رویکرد ترکیبی Copula-VAR با استفاده از کاپولاهای کلایتون و t-student با در نظر گرفتن دو سهم  $(p = 2, i, j)$  می‌توان رابطه بین کوانتایل هر یک از سهام‌ها در زمان  $(tq_{it}(l = i, j))$  و مقادیر وقفه آن‌ها  $q_{it-1}$  و  $q_{jt-1}$  را با استفاده از توابع کاپولا به دست آورد.

۹. اعتبارسنجی برآورد مدل‌های MCAViaR و کاپولای ترکیبی: برای این منظور از آزمون پس‌آزمایی کوپیک<sup>۱</sup> (آزمون پوشش غیرشرطی<sup>۲</sup>) استفاده می‌شود.

### یافته‌های پژوهش

قبل از استفاده از مدل GARCH، باید از مانایی سری‌های زمانی اطمینان حاصل گردد. بدین منظور، از آزمون دیکی‌فولر تعمیم‌یافته (ADF) استفاده شد. نتایج این آزمون در سطح معناداری ۰/۰۱ حاکی از مانا بودن هر ۱۰ سری زمانی دارد.

برای به دست آوردن سری زمانی پسماندها، از مدل  $GARCH(1,1)$  استفاده شد. ضرایب حاصل از این مدل برای هر ده سری زمانی در جدول آورده شده است. مطابق با این جدول، اثر آرج شاراک بیشتر از بقیه سهام بوده و فخوز نیز اثر آرج نسبتاً مشهودی دارد، اما مابقی سهام‌ها دارای اثر آرج ضعیفی هستند.

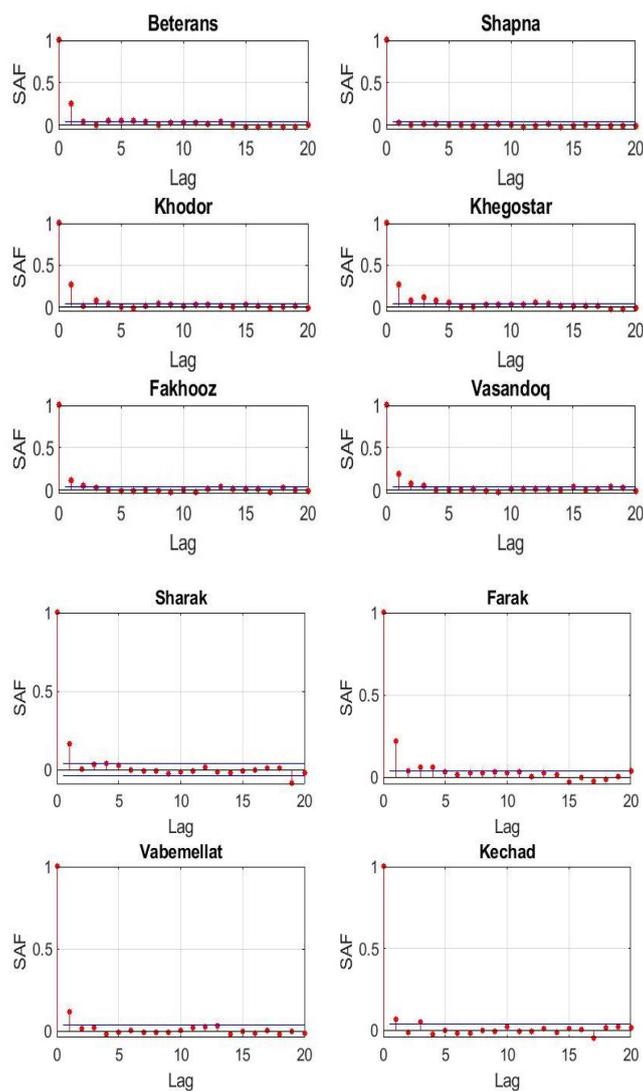
جدول ۱. نتایج مدل  $GARCH(1,1)$

ضریب آرج	ضریب گارچ	ضریب ثابت	دارایی مالی
۰/۰۷۲	۰/۹۱۹	۰/۰۵۷	Beterans
۰/۰۰۰	۰/۰۰۲	۱۷/۱۴۷	Shapna
۰/۰۹۷	۰/۸۹۶	۰/۰۴۲	Khodro
۰/۰۲۶	۰/۹۶۷	۰/۰۵۱	Khegostar
۰/۱۶۰	۰/۴۲۳	۲/۴۴۹	Fakhooz
۰/۰۹۳	۰/۸۱۰	۰/۲۹۵	Vasandoq
۰/۲۷۶	۰/۰۸۶	۴/۴۵۷	Sharak
۰/۰۰۳	۰/۰۱۵	۷/۸۴۵	Farak
۰/۰۰۱	۰/۱۹۲	۴/۸۶۲	Vabemellat
۰/۰۶۳	۰/۳۵۱	۶/۵۴۲	Kechad

منبع: یافته‌های پژوهش

### خودهمبستگی سری پسماندها

برای بررسی خودهمبستگی سری‌های زمانی پسماندهای مدل  $GARCH(1,1)$  از دو رویکرد نمودار خودهمبستگی و آزمون جانگ-باکس استفاده شده است. مطابق با نمودارهای خودهمبستگی سهام (شکل ۱)، سری زمانی پسماند شپنا دارای خودهمبستگی نبوده و سایر سری‌ها، خودهمبستگی کمی در برخی از وقفه‌ها دارند.



شکل ۱. خودهمبستگی سری زمانی پسماندهای مدل  $GARCH(1,1)$  سهام مورد مطالعه  
منبع: یافته‌های پژوهش

نتایج آزمون جانگ- باکس نیز (جدول ۲) مؤید این مورد است (فرض صفر این آزمون مبنی بر وجود خودهمبستگی در سری‌های زمانی پسماندهاست). مطابق با این جدول، در سطح معناداری ۰/۰۵، مقادیر p-value پسماندهای شپنا بزرگ‌تر از مقدار سطح معناداری بوده و لذا فرض  $H_0$  رد می‌شود و در نتیجه، سری پسماند این سهم دارای خودهمبستگی نیست.

**جدول ۲.** نتایج آزمون جانگ - باکس بر روی سری پسماندهای سهام مورد مطالعه

سهم	فرض $H_0$	p-value	مقدار آماره
Beterans	۱	۰/۰۰۰	۲۳۰/۸۹۹
Shapna	۰	۰/۹۹۷	۱۹/۱۵۶
Khodro	۱	۰/۰۰۰	۲۶۹/۸۴۹
Khogostar	۱	۰/۰۰۰	۳۲۷/۳۳۹
Fakhooz	۱	۰/۰۰۲	۷۰/۱۰۱
Vasandoq	۱	۰/۰۰۰	۱۶۶/۲۷۹
Sharak	۱	۰/۰۰۰	۱۲۱/۸۴۰
Farak	۱	۰/۰۰۰	۱۹۲/۸۹۴
Vabemellat	۱	۰/۰۰۶	۶۴/۶۶۳
Kechad	۱	۰/۰۲۰	۵۹/۲۷۱

منبع: یافته‌های پژوهش

به منظور رفع خودهمبستگی از سری پسماندها، از مدل  $ARIMA(p,d,q)$  استفاده شد و با بررسی‌های مختلف، در نهایت به ازای مدل  $ARIMA(2,1,2)$ ، خودهمبستگی سری‌های زمانی رفع گردید.

#### تخمین کوانتایل‌های متغیر با زمان و پارامترهای مدل MCAViaR

در این بخش، پارامترهای مدل MCAViR و کوانتایل‌های متغیر با زمان آن در دو سطح اطمینان  $\alpha = 0.05$  و  $\alpha = 0.025$  به دست آمده است. مقادیر تخمین زده شده مدل MCAViaR در دو سطح  $\alpha = 0.05$  و  $\alpha = 0.025$  در جدول ۳ آورده شده است. مطابق با نتایج این جداول، ضرایب  $a_{21}$ ،  $a_{12}$ ،  $b_{21}$  و  $b_{12}$  تمامی سهم‌ها بسیار ناچیز است که بیانگر این است که می‌توان مدل MCAViaR را با دو معادله CAViaR مستقل از هم تفکیک کرد.

جدول ۳. پارامترهای تخمینی مدل MCAViaR برای سهام مختلف به ازای  $\alpha=0.025$

سهام	$\alpha$	c1	c2	a11	a12	a21	a22	b11	b12	b21	b22
Beterans	۰/۰۲۵	۱/۰۰	-۰/۲۲۶	۰/۹۲۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۷۲	-۰/۰۷۷	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۸۹۷
	۰/۰۰۵	۱/۰۰	-۰/۰۲۷	۰/۲۲۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۷۲	-۰/۰۷۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۵۰
Shapna	۰/۰۲۵	۱/۰۰	-۰/۰۰۴	۰/۷۳۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۱۹	-۰/۲۸۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۹۲
	۰/۰۰۵	۱/۰۰	-۰/۰۰۲	۰/۴۰۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۳۱	-۰/۵۹۸	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۸۴
Khodro	۰/۰۲۵	۱/۰۰	-۰/۰۱۵	-۰/۶۲۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۴۱	-۰/۳۷۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۷۶
	۰/۰۰۵	۱/۰۰	-۰/۰۰۷	-۰/۶۴۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۴۶	-۰/۳۶۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۷۲
Khegostar	۰/۰۲۵	۰/۹۹۸	-۴/۵۱۶	۰/۶۲۴	-۰/۰۰۰۴	۰/۰۰۰	-۰/۰۴۳	۰/۳۷۶	۰/۰۰۰۳	-۰/۰۰۰۶	-۰/۲۶۱
	۰/۰۰۵	۰/۹۸۴	-۰/۰۲۴	۰/۵۴۵	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰۵	-۰/۴۵۵	۰/۰۰۰	-۰/۰۰۰۴	۰/۰۹۹۴
Fakhooz	۰/۰۲۵	۱/۰۰	-۰/۰۳۳۰	۰/۸۵۷	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۳۵	-۰/۱۴۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۷۸
	۰/۰۰۵	۱/۰۰	-۰/۰۴۱	۰/۳۳۷	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۱۴۵	-۰/۷۶۴	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۰۶
Vasandoq	۰/۰۲۵	۱/۰۰	-۰/۲۲۹	۰/۸۹۸	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۲۳۲	-۰/۱۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۸۲۵
	۰/۰۰۵	۱/۰۰	-۰/۰۴۴	۰/۹۰۶	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۲۰۹	-۰/۰۹۵	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۸۶۶
Sharak	۰/۰۲۵	۰/۹۹۹	-۰/۰۰۸	۰/۱۸۴	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۲	۰/۸۱۶	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۹۹
	۰/۰۰۵	۱/۰۰	۰/۱۲۷	۰/۹۵۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۱۵۲	-۰/۰۴۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۸۷۳
Farak	۰/۰۲۵	۱/۰۰	۰/۵۸۷	۰/۹۹۴	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۱۱۰	-۰/۰۰۶	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۸۰۵
	۰/۰۰۵	۱/۰۰	-۰/۲۵۳	۰/۷۷۵	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۱۱۲	-۰/۳۲۵	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۸۷۰
Vabemellat	۰/۰۲۵	۱/۰۰	-۰/۰۹۸	۰/۹۳۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۰۹۰	-۰/۰۶۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۳۲
	۰/۰۰۵	۱/۰۰	-۰/۰۳۶	۰/۹۱۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۱۱۰	-۰/۰۹۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۹۲۹
Kechad	۰/۰۲۵	۱/۰۰	-۰/۴۱۹	۰/۷۵۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۳۷۶	-۰/۳۴۸	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۷۱۶
	۰/۰۰۵	۱/۰۰	-۰/۲۲۳	۰/۹۳۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۲۶۳	-۰/۰۶۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۷۶۴

منبع: یافته‌های پژوهش

نتایج آزمون کولموگروف - اسمیرنوف برای  $k$  توزیع نرمال لگاریتمی کوانتایل‌های تخمینی مدل MCAViaR به ازای  $\alpha = 0.025$  و  $\alpha = 0.05$  به ترتیب جدول ۴ نشان داده شده است. با توجه به این جداول در سطح  $\alpha = 0.025$ ، سهم فخوز و فاراک به ازای  $k = 7$  نتیجه مثبت برای این آزمون نشان می‌دهد و مابقی سهام، دارای  $k \leq 6$  هستند. همچنین به ازای  $\alpha = 0.05$ ، سهم خگستر به ازای  $k = 9$  و مابقی به ازای  $k \leq 5$  نتیجه مثبتی برای آزمون کولموگروف - اسمیرنوف دارند؛ بنابراین مشخص است که تغییر سطح اطمینان، باعث تغییر ملموس در نتایج آزمون کولموگروف - اسمیرنوف می‌شود.

جدول ۴. نتایج آزمون کولموگروف - اسمیرنوف

$\alpha=0.05$		$\alpha=0.025$		سهم
p-value	k	p-value	K	
۰/۰۶۱۲	۳	۰/۱۹۰۹	۳	Beterans
۰/۴۲۵۸	۴	۰/۶۸۷۱	۵	Shapna
۰/۲۶۳۳	۵	۰/۳۷۵۴	۵	Khodro
۰/۳۳۶۰	۹	۰/۰۵۶۰	۶	Khegostar
۰/۰۵۴۷	۵	۰/۰۷۴۶	۷	Fakhooz
۰/۱۸۳۹	۴	۰/۰۶۴۹	۴	Vasandoq
۰/۳۰۵۲	۴	۰/۰۶۹۸	۴	Sharak
۰/۱۵۴۴	۵	۰/۰۳۰۵	۷	Farak
۰/۲۴۸۶	۳	۰/۳۳۷۴	۳	Vabemellat
۰/۰۶۷۶	۵	۰/۲۳۳۰	۶	Kechad

منبع: یافته‌های پژوهش

#### تخمین وابستگی بین سهام با مدل کاپولای بهینه

در این بخش به منظور تخمین بهینه وابستگی بین سهام مورد مطالعه و پاسخ به سؤال اول فرعی پژوهش حاضر، از الگوریتم فراابتکاری PSO استفاده شده است. به منظور تنظیم پارامترهای الگوریتم PSO از اجزای مختلف، سعی و خطا و نیز، مقادیر ذکر شده در پژوهش‌های مختلف استفاده شده است. مقادیر پارامترهای این الگوریتم در جدول ۵ آورده شده است.

جدول ۵. مقادیر پارامترهای الگوریتم PSO

مقدار	پارامتر
۲۰	تعداد ذرات (np)
ماکزیمم تکرار ۱۰۰ یا تلورانس ۲-۱۰	شرط توقف
۲	ضریب اینرسی (w)
۰/۹۹	نرخ میرایی ضریب اینرسی
۱/۵	ضریب شتاب‌گیری شخصی (c1)
۱/۵	ضریب شتاب‌گیری جمعی (c2)

منبع: یافته‌های پژوهش

مقادیر وابستگی به ازای دو مدل کاپولای t-student و clayton همراه با مقادیر وزن و مقدار حداکثر در دستنمایی به صورت جدول ۶ به دست آمد. مطابق با این جدول، مقادیر وزنی برای اغلب زوج سهام مورد مطالعه برابر صفر یا یک است، این بدان معناست که در امر بهینه‌سازی (رابطه ۶)، یکی از دو مدل کاپولای clayton و t-student تمام اثر را گذاشته است. به ازای مقادیر وزنی برابر ۱، مدل clayton تمام اثر را گذاشته و مدل t-student نقشی نداشته، اما به ازای مقادیر وزنی برابر ۰، مدل t-student تمامی اثر را گذاشته است. مطابق با این جدول، بیشترین وابستگی با مدل t-student بین زوج سهام شپنا- و صندوق رخ داده است که وابستگی آن‌ها از نوع مثبت دارند. همچنین کمترین وابستگی این مدل بین خودرو- خگستر رخ داده است که مقدار آن نزدیک به صفر است، یعنی بین این دو سهم وابستگی ناچیزی وجود دارد. برای مدل Clayton نیز بیشترین وابستگی بین خودرو- و بملت و خودرو- شاراک و از نوع مثبت است. این سه سهم جزو سهام شاخص‌ساز نیز محسوب می‌شوند. همچنین، کمترین میزان وابستگی این مدل برابر با صفر و برای زوج‌های بترانس- خودرو و خگستر- و صندوق است؛ بنابراین، مدل‌های مختلف کاپولا منجر به نتایج متفاوتی در تخمین وابستگی می‌شوند و از این رو است که در تخمین وابستگی، ترکیب وزنی این مدل استفاده می‌شود.

مقادیر میانگین وزن و وابستگی هر یک از سهام نیز در جدول ۷ نشان داده شده است. نتایج این جدول نشان می‌دهد که به‌طور کلی، وابستگی میانگین هر سهم با سایر سهام به صورت مثبت است. در این میان، سهام صندوق و بملت بیشترین وابستگی را با سایر سهام دارند. همچنین خودرو و بترانس، کمترین وابستگی با سایر سهام دارند.

در این بخش، روند تخمین بهینه ضریب وابستگی مدل کاپولا با استفاده از الگوریتم PSO تشریح شده و در نتیجه سؤال فرعی اول پژوهش تبیین شد. در بخش بعدی از مقادیر جدول برای تخمین کوانتایل‌های متغیر با زمان با استفاده از مدل کاپولای ترکیبی استفاده می‌شود.

**جدول ۶. نتایج تخمین وابستگی بین سهام با استفاده از الگوریتم PSO**

LL	w	Theta_t-student	Theta_Clayton	سهم	LL	W	Theta_t-student	Theta_Clayton	سهم
۲/۸۸۳	۱/۰۰۰	-۰/۶۵۴	۰/۰۵۱	خودرو-کچاد	۶/۱۲۱	۱/۰۰۰	۰/۲۷۵	۰/۰۷۵	بترانس-شپنا
۶/۰۰۸	۱/۰۰۰	-۰/۱۵۳	۰/۰۷۸	خگستر-فخوز	۰/۵۱۹	۰/۰۰۰	۰/۰۲۱	۰/۰۰۰	بترانس-خودرو
۲۵/۰۱۸	۰/۰۰۰	۰/۱۳۶	۰/۰۰۰	خگستر-و صندوق	۲۸/۹۵۶	۰/۹۶۰	۰/۱۵۲	۰/۱۹۰	بترانس-خگستر
۱۹/۲۸۱	۰/۰۰۰	۰/۱۲۰	۱/۰۰۰	خگستر-شاراک	۱۴/۱۳۵	۰/۰۰۰	۰/۱۰۰	۰/۰۲۲	بترانس-فخوز
۵۲/۷۷۶	۰/۰۰۰	۰/۲۰۷	۰/۶۰۷	خگستر-فاراک	۲۵/۳۵۶	۱/۰۰۰	۰/۱۸۴	۰/۱۶۴	بترانس-و صندوق
۵۳/۹۵۷	۰/۰۰۰	۰/۲۱۰	۰/۲۶۴	خگستر-بملت	۲۱/۸۴۳	۱/۰۰۰	-۰/۴۵۱	۰/۱۵۱	بترانس-شاراک
۲۳/۸۶۱	۰/۰۰۰	۰/۱۳۵	۰/۰۲۹	خگستر-کچاد	۵۲/۳۹۳	۰/۰۰۰	۰/۲۰۷	۰/۹۰۳	بترانس-فاراک
۱۰۹/۷۶	۰/۰۰۰	۰/۲۷۰	۰/۳۸۴	فخوز-و صندوق	۴۷/۵۵۲	۰/۰۰۰	۰/۱۸۸	۰/۱۹۱	بترانس-بملت
۸۴/۱۹۸	۰/۰۰۰	۰/۲۴۰	۰/۳۷۳	فخوز-شاراک	۱۹/۹۸۵	۰/۰۰۰	۰/۱۱۴	۰/۱۴۲	بترانس-کچاد
۳۲/۹۵۱	۱/۰۰۰	۰/۰۶۴	۰/۱۸۵	فخوز-فاراک	۱/۹۴۸	۱/۰۰۰	-۰/۰۷۴	۰/۰۴۰	شپنا-خودرو

LL	w	Theta_t-student	Theta_Clayton	سهم	LL	W	Theta_t-student	Theta_Clayton	سهم
۱۷/۴۵۵	۱/۰۰۰	-۰/۰۲۰	-۰/۱۲۸	فخوز-ویملت	۱۹/۶۱۹	۰/۰۰۰	۰/۱۲۳	-۰/۰۸۸	شپنا-خگستر
۲۲۲/۰۰۶	۰/۰۰۰	۰/۰۳۵۷	-۰/۰۴۱	فخوز-کچاد	۷۹/۰۳۶	۰/۰۰۰	۰/۱۹۸	۰/۲۰۵	شپنا-فخوز
۸۵/۳۸۶	۱/۰۰۰	-۰/۱۸۶۳	-۰/۳۳۲	وصندوق-شاراک	۵۴/۷۶۵	۱/۰۰۰	۰/۶۱۷	۰/۲۴۷	شپنا-وصندوق
۳۵/۷۴۵	۱/۰۰۰	-۰/۳۰۵	-۰/۱۹۶	وصندوق-فاراک	۷۵/۲۰۱	۰/۰۰۰	۰/۲۱۴	۰/۲۴۷	شپنا-شاراک
۴۷/۸۶۴	۱/۰۰۰	-۰/۲۰۵	-۰/۲۲۳	وصندوق-ویملت	۳۴/۶۷۵	۱/۰۰۰	۰/۰۸۵	۰/۱۹۳	شپنا-فاراک
۱۶۸/۱۱	۰/۰۰۰	-۰/۳۳۳	-۰/۷۲۶	وصندوق-کچاد	۳۰/۸۰۳	۱/۰۰۰	-۰/۴۸۷	۰/۱۷۴	شپنا-ویملت
۴۴/۴۳۵	۱/۰۰۰	-۰/۲۰۱	-۰/۲۱۸	شاراک-فاراک	۴۵/۶۴۴	۱/۰۰۰	-۰/۳۷۵	۰/۲۲۵	شپنا-کچاد
۴۲/۴۶۱	۱/۰۰۰	-۰/۲۱۰	-۰/۲۱۳	شاراک-ویملت	۱/۵۵۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۷	۰/۶۴۷	خودرو-خگستر
۱۰۲/۵۰	۰/۰۰۰	-۰/۲۵۷	-۰/۲۶۷	شاراک-کچاد	۰/۶۸۲	۰/۰۰۰	۰/۰۲۴	۰/۰۰۸	خودرو-فخوز
۶۱/۵۶۷	۰/۰۰۰	-۰/۱۸۱	-۰/۲۰۱	فاراک-ویملت	۱/۲۰۲	۱/۰۰۰	-۰/۱۴۶	۰/۰۳۴	خودرو-وصندوق
۳۸/۶۱۱	۰/۰۰۰	-۰/۱۴۹	-۰/۸۷۴	فاراک-کچاد	۲/۶۹۶	۰/۰۰۰	۰/۰۴۴	۰/۰۲۵	خودرو-شاراک
۱۴/۵۴۳	۱/۰۰۰	-۰/۵۹۶	-۰/۱۱۷	ویملت-کچاد	۰/۳۶۴	۱/۰۰۰	-۰/۰۳۸	۰/۰۱۸	خودرو-فاراک
۴۱/۳۷۵	۰/۴۶۶	۰/۰۶۴	-۰/۲۵۳	میانگین	۴/۴۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۱۶	۱/۰۰	خودرو-ویملت

منبع: یافته‌های پژوهش

#### جدول ۷. مقادیر میانگین وابستگی و وزن هر سهم

وزن میانگین	میانگین وابستگی	سهم
۰/۴۴۰	۰/۱۲۲	Beterans
۰/۶۶۷	۰/۱۶۵	Shapna
۰/۴۴۴	۰/۰۲۸	Khodro
۰/۲۱۸	۰/۱۳۴	Khogostar
۰/۳۳۳	۰/۱۷۶	Fakhooz
۰/۶۶۷	۰/۲۱۵	Vasandoq
۰/۴۴۴	۰/۱۷۵	Sharak
۰/۵۵۶	۰/۱۶۹	Farak
۰/۵۵۶	۰/۲۰۷	Vabemellat
۰/۳۳۳	۰/۱۹۳	Kechad

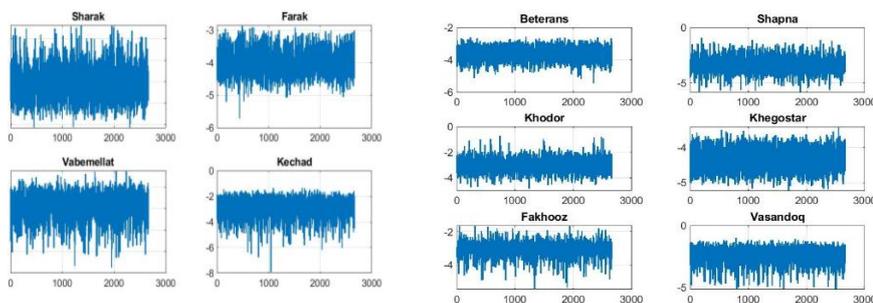
منبع: یافته‌های پژوهش

#### تخمین کوانتایل‌های متغیر با زمان مدل کاپولای ترکیبی

در این بخش به دنبال تبیین سؤال اصلی پژوهش مبنی بر اینکه آیا می‌توان یک رویکرد کاپولا - VAR بهینه‌شده با الگوریتم فرا ابتکاری PSO برای بررسی پویایی‌های VaR ارائه کرد یا خیر؟

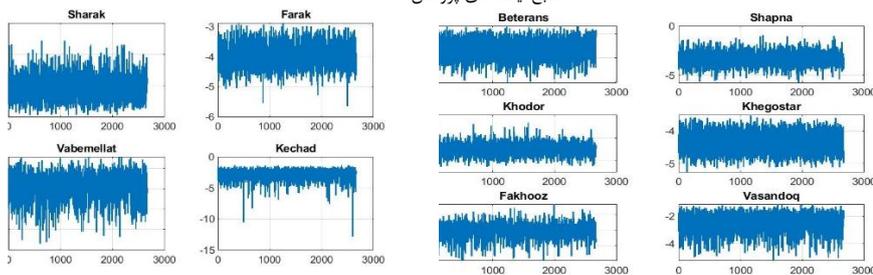
همچنین، تبیین سؤال فرعی دوم پژوهش مبنی بر این که آیا مدل Copula-VAR نسبت به مدل CAViaR که یک مدل با روابط سنجی خطی است، توانایی در نظر گرفتن روابط غیرخطی در تحلیل پویایی‌های VaR را دارد یا خیر؟

کوانتایل‌های متغیر با زمان هر یک از سهام با استفاده از مدل کاپولای ترکیبی در شکل (۲) و شکل (۳) نشان داده شده است. مطابق با این نمودارها، مشخص است که روش کاپولای ترکیبی به خوبی قادر است بدون هیچ فرض خطی علی‌رغم مدل CAViaR، پویایی‌های VaR را با کوانتایل‌های متغیر با زمان مدل کند. همچنین، مشخص است که پویایی کوانتایل‌ها با استفاده از این مدل، بیشتر از مدل MCAViaR است. به منظور مقایسه این کوانتایل‌ها با کوانتایل‌های حاصل از مدل MCAViaR، نمودارهای هر دو مدل در شکل‌ها در کنار هم ترسیم شده‌اند. با مقایسه این دو نتیجه، مشاهده می‌شود که کوانتایل‌های مدل کاپولای ترکیبی دارای فرکانس بیشتری است و لذا پویایی‌ها را با دقت بالایی نشان می‌دهد. البته به منظور مقایسه دقیق نتایج این دو مدل، در بخش بعدی به اعتبارسنجی این مدل‌ها پرداخته شده است. در این بخش، سؤال اصلی و فرعی دوم پژوهش تبیین شد.



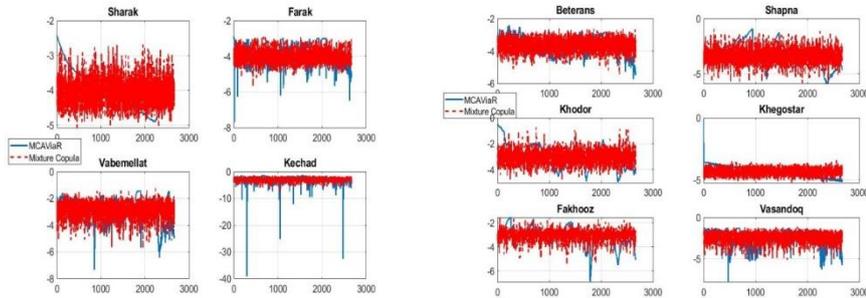
شکل ۲. سری زمانی کوانتایل‌های مدل کاپولای ترکیبی سهام مورد مطالعه به ازای  $\alpha = 0.025$

منبع: یافته‌های پژوهش



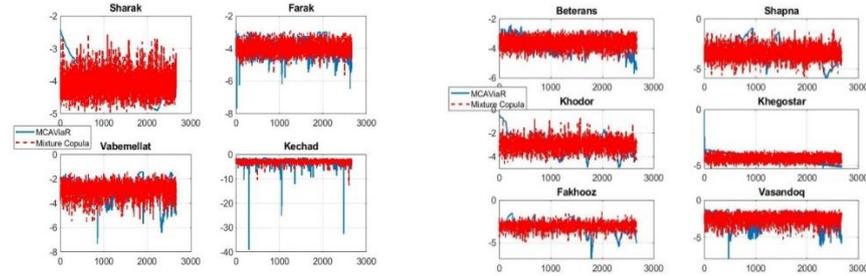
شکل ۳. سری زمانی کوانتایل‌های مدل کاپولای ترکیبی سهام مورد مطالعه به ازای  $\alpha = 0.05$

منبع: یافته‌های پژوهش



شکل ۴. مقایسه کوانتایل‌های مدل MCAViaR و کاپولای ترکیبی سهام مورد مطالعه به ازای  $\alpha=0.025$

منبع: یافته‌های پژوهش



شکل ۵. مقایسه کوانتایل‌های مدل MCAViaR و کاپولای ترکیبی سهام مورد مطالعه به ازای  $\alpha=0.05$

منبع: یافته‌های پژوهش

#### اعتبارسنجی مدل‌ها

به منظور ارزیابی مدل‌ها MCAViaR و کاپولای ترکیبی و پاسخ به سؤال فرعی سوم پژوهش مبنی بر اینکه آیا مدل Copula-VAR بهینه شده نسبت به مدل CAViaR چندمتغیره (MCAViaR) عملکرد بهتری در تخمین پویایی‌های VaR دارد یا خیر، از آزمون پس‌آزمایی کوپیک استفاده شد. برای ارزیابی بیرون نمونه‌ای، از تعداد ۵۰۰ نمونه آخر و برای ارزیابی درون نمونه‌ای، از نمونه اول تا  $n - 500$  استفاده شد که در آن  $n$  تعداد نمونه‌هاست. نتایج این آزمون در جدول ۸ آورده شده است. مطابق با این جدول، در سطح اطمینان  $\alpha = 0.025$ ، به ازای مدل MCAViaR در حالت درون نمونه، سه مورد رد آزمون رخ داده است (برای سهام بترانس، خودرو و شاراک مقدار P-Value آزمون کمتر از مقدار  $\alpha = 0.025$  است). ولی برای مدل کاپولای ترکیبی، یک رد برای سهام فاراک رخ داده است. همچنین، برای حالت بیرون نمونه‌ای هر دو مدل به ازای تمامی سهام‌ها، از آزمون کوپیک مورد پذیرش قرار گرفته‌اند. به علاوه، به ازای  $\alpha = 0.05$  نیز مدل MCAViaR به ازای سهام خگستر، و صندوق، فاراک و شاراک، و کاپولای ترکیبی برای سهام خگستر و فاراک، رد آزمون کوپیک را نشان می‌دهند؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدل کاپولای ترکیبی در تخمین کوانتایل‌های پویا و در نتیجه، تخمین پویایی‌های VaR نسبت به مدل MCAViaR بهتر عمل کرده است.

جدول ۸. نتایج آزمون کوپیک به ازای  $\alpha=0.05$  و  $\alpha=0.025$

$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.025$				سطح اطمینان
Out Sample		In Sample		Out Sample		In Sample		
Mixture Copula	MCAViaR	Mixture Copula	MCAViaR	Mixture Copula	MCAViaR	Mixture Copula	MCAViaR	سه‌م
۰/۰۴۴۶	۰/۰۱۰۵	۰/۳۸۷۷	۰/۳۷۰۸	۰/۰۹۲۳	۰/۱۷۹۴	۰/۹۶۰۳	۰/۰۱۳۵	Beterans
۰/۶۷۷۲	۰/۱۲۳۹	۰/۰۸۵۳	۰/۶۰۲۲	۰/۱۳۵۹	۰/۵۶۸۴	۰/۴۷۸۱	۰/۳۶۲۰	Shapna
۰/۰۱۴۴	۰/۸۲۴۹	۰/۰۵۵۶	۰/۰۵۵۶	۰/۰۰۸۵	۰/۴۱۸۰	۰/۴۰۱۳	۰/۰۰۵۹	Khodro
۰/۷۷۸۸	۰/۱۲۹۷	۰/۰۲۴۹	۰/۰۲۴۹	۰/۲۷۶۹	۰/۵۸۰۸	۰/۲۶۹۲	۰/۲۶۹۲	Khegostar
۰/۰۸۵۳	۰/۰۸۵۳	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۰/۸۲۷۳	۰/۴۷۸۱	۰/۵۲۷۵	۰/۵۲۷۵	Fakhooz
۰/۱۵۶۱	۰/۱۵۶۱	۰/۸۱۲۴	۰/۰۰۱۳	۰/۶۳۲۷	۰/۶۳۲۷	۰/۶۵۸۱	۰/۰۶۶۸	Vasandoq
۰/۶۵۶۵	۰/۰۸۵۳	۰/۱۵۶۱	۰/۰۰۰۰	۰/۷۵۶۹	۰/۴۷۸۱	۰/۶۳۲۷	۰/۰۰۲۹	Sharak
۰/۷۲۸۹	۰/۷۲۸۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۴	۰/۳۶۲۰	۰/۳۶۲۰	۰/۰۰۱۱۲	۰/۰۰۷۱۶	Farak
۰/۸۲۴۹	۰/۸۲۴۹	۰/۰۰۵۸	۰/۰۰۵۸	۰/۴۱۸۰	۰/۴۱۸۰	۰/۷۱۸۸۵	۰/۷۱۸۵	Vabemellat
۰/۶۰۲۲	۰/۰۶۴۳	۰/۷۴۶۴	۰/۷۴۶۴	۰/۴۱۹۴	۰/۴۱۹۴	۰/۷۰۸۲	۰/۹۰۳۲	Kechad

منبع: یافته‌های پژوهش

### بحث و نتیجه‌گیری

علی‌رغم مفهوم ساده ارزش در معرض ریسک (VaR) اما مسئله آماری محاسبه آن با مشکلاتی روبرو است. روش‌های مختلفی همانند CAViaR و MCViaR برای به دست آوردن پویایی‌های معیار VaR ارائه شده است. این روش‌ها توانسته‌اند فرض غیر نرمال بودن و نیز چندک‌های شرطی متغیر با زمان را حل نمایند، اما این روش‌ها نیز قادر به برآورد روابط غیرخطی نیستند. روش کاپولا از جمله روش‌های مؤثری است که توانسته است با رفع مشکلات موجود در مدل‌های VaR، روابط غیرخطی را نیز در نظر بگیرد.

این پژوهش به دنبال پاسخ به این سؤال اساسی بود که آیا امکان ارائه یک رویکرد کاپولا - VAR بهینه‌شده با الگوریتم فرا ابتکاری PSO برای بررسی پویایی‌های VaR وجود دارد؟ علاوه بر این سؤال، سه سؤال فرعی مرتبط دیگر نیز در این پژوهش بررسی شده است. در اینجا به منظور بررسی پویایی‌های ارزش در معرض ریسک از مدل MCAViaR و مدل کاپولای ترکیبی کلایتون و t-student و نیز به منظور ارزیابی

دقیق مقادیر وابستگی بین سهام مورد مطالعه، از بهینه‌سازی مدل کاپولای ترکیبی با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری PSO استفاده شده است.

در تبیین سؤال اصلی پژوهش، نتایج برآورد بهینه میزان وابستگی بین زوج سهام مختلف با استفاده از مدل کاپولای ترکیبی و الگوریتم PSO و استفاده از پارامتر تخمینی هر یک از سهام در تخمین کوانتایل‌های متغیر با زمان نشان داد که مدل کاپولای ترکیبی به خوبی قادر به مدل کردن پویایی‌های VaR هست و این پویایی در مقایسه با مدل MCAViaR بیشتر است. نتایج آزمون کوپیک نیز نشان از برتری مدل کاپولای ترکیبی نسبت به مدل MCAViaR است. از این رو پیشنهاد می‌شود، سرمایه‌گذارانی که تمایل به سرمایه‌گذاری در بازار سرمایه ایران را دارند، نسبت به بررسی و تحلیل وابستگی سهام مورد نظر با سهام شاخص‌ساز و فعال بازار سرمایه با استفاده از ابزار قدرتمند کاپولای بهینه اقدام نمایند و با در نظر گرفتن این وابستگی و یک تحلیل روندی، نسبت به آینده سرمایه‌گذاری و افق زمانی سود مورد نظر خود تصمیم‌گیری نمایند. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که با وجود بی‌ثباتی و نااطمینانی در محیط اقتصاد کلان و سیاست‌های اقتصادی، روش‌های تحلیلی و ارزیابی ریسک بازار به صورت مطلوب و به‌درستی بر روی سهام بازار سرمایه، قابلیت جواب‌دهی و مدل‌سازی نخواهند داشت. به‌ویژه اینکه، در این پژوهش مشخص شد که مدل MCAViaR بر روی سهام مورد مطالعه را می‌توان به دو معادله مستقل CAViaR تفکیک کرد؛ چراکه ضرایب وابستگی دمی مدل MCAViaR برخلاف پژوهش‌های انجام‌شده توسط وایت و همکاران (۲۰۱۵) و دی‌لوکا و همکاران (۲۰۱۹) برای سهام مورد مطالعه بازار سرمایه ایران برابر صفر است.

نتایج به دست آمده از پژوهش در خصوص سؤال فرعی اول پژوهش مبنی بر اینکه روند تخمین بهینه ضریب وابستگی مدل کاپولا با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری PSO چگونه است، نشان داد که الگوریتم‌های فرا ابتکاری توانایی بالایی در مسائل بهینه‌سازی و مخصوصاً بهینه‌سازی مالی دارند و استفاده از این الگوریتم در پژوهش حاضر، منجر به ارائه یک روش ترکیبی Copula-PSO شد که قادر است پارامتر وابستگی مدل‌های کاپولا را با دقت بسیار بالایی از راه بهینه‌سازی تخمین زند. ضمن اینکه باید گفت این روند با در نظر گرفتن تابع حداکثر درستی لگاریتمی ترکیب وزن‌دار دو مدل کاپولا به عنوان تابع هدف و سه پارامتر  $w$  (وزن مدل‌ها)،  $\theta_c$  (ضریب وابستگی مدل کاپولای کلایتون) و  $\theta_{st}$  (ضریب وابستگی مدل کاپولای  $t$ ) به عنوان متغیرهای تصمیم صورت می‌گیرد. میزان وابستگی حاصل از دو مدل کاپولای کلایتون و  $t$  برای زوج سهام مورد مطالعه نشان داد که به ازای دو مدل مختلف، مقادیر وابستگی مختلفی به دست می‌آید که در نهایت می‌توان وابستگی ترکیبی وزن‌دار این دو مدل را به عنوان مقدار وابستگی بین یک زوج سهام در نظر گرفت. میزان وابستگی متوسط هر یک از سهام مورد مطالعه نشان داد که به‌طور کلی، میانگین وابستگی هر یک از سهام با سایر سهام، مثبت است و در این میان، دو سهم صندوق و ویملت به ترتیب دارای بیشترین میزان وابستگی با سایر سهام‌ها هستند. همچنین خودرو نیز کمترین میزان وابستگی با سایر سهام‌های مورد مطالعه را داراست.

در ادامه، برای پاسخ به پرسش فرعی دوم که آیا مدل Copula-VAR نسبت به مدل CAViaR توانایی در نظر گرفتن روابط غیرخطی در تحلیل پویایی‌های VaR را دارد؟ ابتدا نتایج مدل MCAViAR، بررسی گردید و ضرایب آن برآورد گردید. بر اساس نتایج به دست آمده، ضرایب تمامی سهم‌ها بسیار ناچیز و یا صفر بود که بیانگر این است که می‌توان مدل MCAViAR را به دو معادله CAViaR مستقل از هم تفکیک کرد. این نتیجه مغایر با پژوهش وایت و همکاران (۲۰۱۵) و پژوهش دی‌لوکا و همکاران (۲۰۱۹) است؛ بنابراین به نظر می‌رسد، در نظر گرفتن مدل MCAViAR برای بررسی پویایی‌های VaR سهام بازار سرمایه ایران تنها منجر به پیچیدگی مسئله می‌شود و می‌توان با حل مستقل و هم‌زمان دو معادله CAViaR به این پویایی‌ها دست یافت؛ البته نتیجه‌ای که نیاز به مطالعه عمیق‌تر به ازای سهام مختلف از صنایع و اندازه‌های مختلف دارد. به نظر می‌رسد این امر را می‌توان به بحران ارزی کشور طی سه سال اخیر نسبت داد، چرا که این بحران ارزی، اثر مستقیمی بر رشد شارپی بازار سرمایه و قیمت سهام مورد مطالعه داشته است و یک روند صعودی با نوسان نسبتاً کم را منجر شده است و در نتیجه، وابستگی‌های دمی سهام را تقلیل داده و در نهایت منجر به ناچیز شدن این ضرایب شده است؛ چراکه یک روند صعودی نسبتاً مشخصی برای اکثر سهام بازار سرمایه طی این سه سال وجود داشته است.

بررسی کوانتایل‌های متغیر با زمان هر یک از سهام مورد مطالعه با رویکرد MCAViAR و مدل کاپولای ترکیبی نشان داد که مدل کاپولای ترکیبی نیز همچون مدل MCAViAR قادر به مدل‌سازی کوانتایل‌های متغیر با زمان است و این مدل‌سازی به‌گونه‌ای است که در مقایسه با کوانتایل‌های مدل MCAViAR، کوانتایل‌های متغیر با زمان مدل کاپولای ترکیبی دارای فرکانس بیشتری است و لذا پویایی‌های VaR را با دقت بالایی نشان می‌دهد. البته این نتیجه‌ای است که می‌توان با مدل‌های پس‌آزمایی مورد اعتبارسنجی قرار گیرد که در این پژوهش از مدل پس‌آزمایی کوپیک استفاده شد.

برای بررسی و مقایسه عملکرد مدل Copula-VAR بهینه شده نسبت به مدل MCAViAR در تخمین پویایی‌های VaR (سؤال فرعی سوم) از آزمون پس‌آزمایی کوپیک استفاده شد. برای ارزیابی بیرون نمونه‌ای از تعداد ۵۰۰ نمونه آخر استفاده شد و برای ارزیابی درون نمونه‌ای از نمونه اول تا n-500 استفاده شد که در آن n تعداد نمونه‌هاست. نتایج این آزمون نشان داد که در سطح اطمینان  $\alpha = 0.025$ ، به ازای مدل MCAViAR در حالت درون نمونه، سه مورد رد آزمون رخ داده است (برای سهام بترانس، خودرو و شاراک مقدار P-Value آزمون کمتر از مقدار  $\alpha = 0.025$  است). ولی برای مدل کاپولای ترکیبی، یک رد برای سهم فاراک رخ داده است. همچنین برای حالت بیرون‌نمونه‌ای هر دو مدل به ازای تمامی سهم‌ها، از آزمون کوپیک مورد پذیرش قرار گرفته‌اند. همچنین به ازای  $\alpha = 0.05$  نیز مدل MCAViAR به ازای سهام خگستر، و صندوق، فاراک و شاراک و کاپولای ترکیبی برای سهم خگستر و فاراک، رد آزمون کوپیک را نشان می‌دهند؛ بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که مدل کاپولای ترکیبی در تخمین کوانتایل‌های پویا و در نتیجه، تخمین پویایی‌های VaR نسبت به مدل MCAViAR بهتر عمل کرده است. این نتیجه هم‌راستا با نتیجه به دست آمده توسط دی‌لوکا و همکاران (۲۰۱۹) است.

## ملاحظات اخلاقی

حامی مالی: مقاله حامی مالی ندارد.  
مشارکت نویسندگان: تمام نویسندگان در آماده‌سازی مقاله مشارکت داشته‌اند.  
تعارض منافع: بنا بر اظهار نویسندگان در این مقاله هیچ‌گونه تعارض منافی وجود ندارد.  
تعهد کپی‌رایت: طبق تعهد نویسندگان حق کپی‌رایت رعایت شده است.

## منابع

- باباجانی، جعفر. تقوی فرد، محمدتقی و غزالی، امین. (۱۳۹۷). «ارائه چارچوبی جهت سنجش و پیش بینی ریسک سیستمی با رویکرد ارزش در معرض خطر شرطی (CoVaR)». *فصلنامه دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، سال یازدهم، شماره ۳۹، ۱۵-۳۶.
- پیش‌بهار، اسماعیل و عابدی، سحر. (۱۳۹۶). «محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی: کاربرد رهیافت کاپولا». *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پرتفوی)*، دوره ۸، شماره ۳۰، ۵۵-۷۳.
- علی‌زاده، علی. فلاح، میر فیض. (۱۴۰۰). «ارزیابی توان تبیین نظریه ارزش فرین (حدی) و مدل‌های کاپولا-گارچ در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار پرتفوی در پرتفوی شرکت‌های سرمایه‌گذاری بورس اوراق بهادار تهران». *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۱۲(۴۶)، ۳۴۰-۳۶۴.
- فلاح‌پور، سعید و باغبان، مهدی. (۱۳۹۳). «استفاده از کاپولا-CVaR در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری و مقایسه تطبیقی آن با روش Mean-CVaR». *مجله پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی*، دوره ۲۲، شماره ۷۲، ۱۷۲-۱۵۵.

## Refereces

- Alizadeh, A., Fallah, M. (2021). "The assessment of extreme value theory and Copula - Garch models in prediction of value at risk and the expected short fall in portfolio Investment Company in Tehran stock exchange". *Financial engineering and securities management*. 12(46), 340-364. (In Persian)
- Aloui, R. & Aissa, M. S. B. (2016). "Relationship between oil, stock prices and exchange rates: A vine copula based GARCH method". *The North American Journal of Economics and Finance*, 37, 458-471.
- Artzner P, Delbaen F, Eber JM, Heath D. (1999). "Coherent measures of risk". *Math Finance*; 9:203-228. doi: 10.1111/1467-9965.00068.
- Baba Jani, J., Taghavi Fard, M., Ghazali, A. (2018). "A framework for measuring and predicting system risk with the conditional value at risk approach". *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 11(39), 15-36. (In Persian)
- Baumol, William J. (1963), "An expected gain confidence limit criterion for portfolio selection". *Management Science*. 10, 174-182.
- Bollerslev, T. (1986). "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity". *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
- Bollerslev, T., Engle, R. F., & Nelson, D. B. (1994). "ARCH models". *Handbook of econometrics*, 4, 2959-3038.
- Byuna Kiwoong, Song Seongjoo, (2021). "Value at Risk of portfolios using copulas". *Communications for Statistical Applications and Methods*; 28, 59-79.
- De Luca, G. Riviuccio, G. & Corsaro, S. (2019). "Value-at-Risk dynamics: a copula-VAR approach". *The European Journal of Finance*, 26(2-3), 223-237.
- Eberhart, R.C. and Shi, Y.H. (1998). "Comparison between genetic algorithms and particle swarm optimization. Proceedings of IEEE" *International Conference on Evolutionary Computation*, 611-616.

Engle, R. F., & Manganelli, S. (2004). 'CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles'. *Journal of business & economic statistics*, 22(4), 367-381.

Fallahpour S, baghban M. (2015). "Application of Copula-CVaR in Portfolio Optimization and Comparative with Mean-CVaR" . *qjerp*. 22 (72) :155-172. (In Persian).

Filippi, C. Guastaroba, G. & Speranza, M. G. (2020). "Conditional value at risk beyond finance: a survey". *International Transactions in Operational Research*, 27(3), 1277-1319.

Francoq, C. & Zakoian, J. M. (2018). "Estimation risk for the VaR of portfolios driven by semi-parametric multivariate models". *Journal of econometrics*, 205(2), 381-401.

Gan Huiqi; Park Myung S; Hyun Suh Sang. (2020). "Non-financial performance measures, CEO compensation, and firms' future value". *Journal of Business Research*. Volume 110, Pages 213-227.

Geenens Gery; Dunn Richard. (2020). "A nonparametric copula approach to conditional Value-at-Risk, Econometrics and Statistics". Volume 21, 19-37.

Hart, C. (2017). "A Comparison of Value at Risk Methods: Evidence from the Swedish Stock Market". *Disciplinary Domain of Humanities and Social Sciences*.

Hassani, H. & Yeganegi, M. R. (2019). "Sum of squared ACF and the Ljung-Box statistics". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 520, 81-86.

Hoorfar, A. (2007). "Evolutionary Programming in Electromagnetic Optimization". *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 55(3), 523-537.

Hotta, L. K. Lucas, E. C. & Palaro, H. P. (2008). "Estimation of VaR using copula and extreme value theory". *Multinational Finance Journal*, 12(3/4), 205-218.

Huang Jen-Jsung, Lee Kuo Jung, Liang Hueimei; Lin Wei-Fu; (2009). "Estimating value at risk of portfolio by conditional copula-GARCH method". *Insurance: Mathematics and Economics*, Volume 45, Issue 3, 315-324.

Karmakar, M. (2017). "Dependence structure and portfolio risk in Indian foreign exchange market: A GARCH-EVT-Copula approach". *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 64, 275-291.

Kennedy, J. (2010). "Particle swarm optimization". *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*. p. 760-766.

Kim, Jong-Min & Tabacu, Lucia & Jung, Hojin, (2019). "A quantile-copula approach to dependence between financial assets". *The North American Journal of Economics and Finance*, Elsevier, vol. 51(C). 1-11.

Lee, K. S. & Geem, Z. W. (2005). "A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: harmony search theory and practice". *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 194(36-38), 3902-3933.

Nguyen, V. L. & Huynh, V. N. (2015). "Using Conditional Copula to Estimate Value-at-Risk in Vietnam's Foreign Exchange Market". *In Econometrics of Risk*, 471-482.

Omari, C.O. Mwita, P.N. and Gichuhi, A.W. (2018). "Currency Portfolio Risk Measurement with Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic-Extreme Value Theory-Copula Model". *Journal of Mathematical Finance*, 8, 457-477.

Pishbahar, E., abedi, S. (2017). "Measuring portfolio Value at Risk: The application of copula approach. Financial engineering and securities management" *portfolio management*, 8(30), 55-73. (In Persian).

Rockafellar, R.T. Uryasev, S. (2000). "Optimization of Conditional Value-at-Risk". *J. Risk* 2, 21-41.

Sklar, A. (1959). 'Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges". *Institut Statistique de l'Université de Paris*, Paris. Vol. 8. 229-231.

Ubeda-Flores, M. & Fernández-Sánchez, J. (2017). "Copulas and Dependence Models with Applications". *Sklar's theorem: The cornerstone of the Theory of Copulas*. 241-258.

White, Halbert; Kim, Tae-Hwan; Manganeli Simone. (2015). "VAR for VaR: Measuring tail dependence using multivariate regression quantiles". *Journal of Econometrics* 187; 169-188.

Zhang, X. & Jiang, H. (2019). "Application of Copula function in financial risk analysis". *Computers & Electrical Engineering*, 77, 376-388.

#### COPYRIGHTS



©2022 Alzahra University, Tehran, Iran. This license allows others to download the works and share them with others as long as they credit them, but they can't change them in any way or use them commercially.