

Portfolio Optimization (The Application of Value at Risk Model in Cross Efficiency)

Mina Kazemi Miyangaskari¹

Keikhosro Yakideh²

Mohammad Hassan Gholizadeh³

Abstract

Markowitz model is the base for modern approach to portfolio optimization problem. Markowitz model is formulated based on mean and variance of portfolio that is calculated based of historical return. Since this model was proposed many efforts have been done to improve the formulation of portfolio optimization problem. One of the most important improvements is substituting variance by downside risk measure. Downside risk measure account for fluctuation that just occurs below the mean of returns .The other improvement that recently proposed is data generation based on data envelopment analysis (DEA) and using generated data instead of historical returns. This new improvement that essentially changed basis of portfolio optimization problem provides an opportunity for researchers to examine kinds risk measure based on generated data instead of historical return. In this paper, data envelopment analysis is used for generating cross efficiencies based on financial ratios. Then Value at Risk (VaR) as a downside risk measure is redefined for using on cross efficiencies. A well-known linear model is used for determining weighs of portfolio based on the minimization of Value at Risk. Performance method is evaluated by applying on 185 companies in Tehran Stock Exchange and comparing Sharp criteria proposed portfolios, market portfolio and application of Markowitz model on cross efficiencies during 2011 to 2015. Sharp criteria reveals that proposed method has better performance than the other methods.

Keywords: Portfolio Optimization, Value at Risk, Data Envelopment Analysis, Cross Efficiency

JEL: G11, G32, C6

1. MSc Management, University of Guilan, Email: kazemima55@gmail.com

2 . Assistant Professor of Management, University of Guilan, Corresponding Author,
Email:yakideh@guilan.ac.ir

3. Associate Professor of Management, University of Guilan, Email: gholizadeh@guilan.ac.ir

راهبرد مدیریت مالی

دانشگاه الزهرا (س)
دانشکده علوم اجتماعی و اقتصادی
تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۲/۱۰
تاریخ تصویب: ۱۳۹۶/۰۴/۱۱

سال پنجم، شماره هفدهم
تایپستان ۱۳۹۶
صفحه ۱۵۹۳-۱۸۳

بهینه یابی سبد سهام (با کاربرد مدل ارزش در معرض ریسک بر روی کارایی متقاطع)^۱

مینا کاظمی میان‌گسکری^۲، کیخسرو یاکیده^۳ و محمدحسن قلیزاده^۴

چکیده

مدل مارکوویتز، مبنای رویکرد مدرن در بهینه‌سازی سبد سهام است. مارکوویتز مدل خود را بر اساس میانگین و واریانس بر روی داده‌های تاریخی فرموله کرد. از آن زمان تاکنون، پژوهشگران زیادی روش حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را بهبود بخشیدند. یکی از مهم‌ترین بهبودها، جایگزین کردن شاخص ریسک نامطلوب بجای واریانس است. بهبود دیگری که به تازگی پیشنهاد شده، تولید داده بر اساس تحلیل پوششی داده‌ها و استفاده از داده‌های تولید شده بهجای بازده تاریخی است. این بهبود جدید که اساساً اساس مسئله انتخاب سبد سهام را تغییر می‌دهد، فرضی را فرامی‌کند تا پژوهشگران انواع شاخص ریسک را بر روی داده‌های تولید شده بهجای بازده تاریخی به کار گیرند. در این پژوهش، از تحلیل پوششی داده‌ها بر اساس صورت‌های مالی، برای تولید کارایی متقاطع استفاده می‌شود. سپس ارزش در معرض ریسک که یکی از شاخص‌های مهم ریسک نامطلوب است، بر روی این مینای جدید، تعدیل شده و با حل مدل خطی شناخته شده آن، وزن‌های بهینه در سبد سهام تعیین می‌شود. عملکرد روش پیشنهادی برای ۱۸۵ شرکت بورس اوراق بهادار تهران در سال‌های ۹۰ تا ۹۴، توسط معیار شارپ محاسبه شده و با عملکرد سبد بازار و عملکرد روش مارکوویتز بر روی کارایی متقاطع مقایسه می‌شود. معیار شارپ، عملکرد بهتری برای روش پیشنهادی نسبت به روش‌های دیگر، نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی سبد سهام، مدل ارزش در معرض ریسک (VaR)، کارایی متقاطع

طبقه‌بندی موضوعی: G11, G32, C6

۱. کد DOI مقاله: 10.22051/jfm.2017.12040.1155

۲. کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه گیلان، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، Email:kazemimina55@gmail.com

۳. استادیار، دانشگاه گیلان، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، نویسنده مسئول، Email: yakideh@guilan.ac.ir

۴. دانشیار، دانشگاه گیلان، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، Email: gholizadeh@guilan.ac.ir

مقدمه

یکی از دغدغه‌های اصلی سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار، تخصیص سرمایه به سهام شرکت‌ها و انتخاب سبدی از سهام است که از لحاظ دو هدف متضاد سودآوری و مخاطره بهینه باشد. بهمنظور ایجاد چنین سبد سهامی روش‌های متنوعی توسعه یافته‌ند. نخستین نظریه درباره بهینه‌سازی سبد سهام، مدل میانگین-واریانس هری مارکوویتز^۱ است که در آن بازده مورد انتظار هر سهم را میانگین بازده هر سهم و ریسک هر سهم را واریانس بازده هر سهم در دوره‌های گذشته در نظر گرفت و درنهایت بازده سبد سهام و ریسک سبد سهام را به صورت ریاضی تعریف کرد (مارکوویتز، ۱۹۵۲، ۷۹-۸۳)؛ اما استفاده از داده‌های تاریخی به عنوان نشانگر آینده از جهات مختلفی قابل نقداست، چیزی که روشن است این است که بازده تاریخی تنها یک نشانه از وضعیت محتمل شرکت در آینده است درحالی که انواع نسبت‌های مالی قادرند اطلاعات مفیدی از وضعیت حال و محتملاً آتی یک شرکت ارائه دهند. تحلیل پوششی داده‌ها^۲ روشی است که می‌تواند شرکت‌ها را بر اساس شاخص‌های چندگانه مورد ارزیابی قرار دهد. ادرسینگ و ژانگ^۳ در سال ۲۰۰۸ با معرفی کردن تعدادی از شاخص‌های مالی به عنوان ورودی و خروجی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها نشان دادند که بین کارایی محاسبه شده و بازده شرکت‌ها در ماه‌های آینده همبستگی معناداری وجود دارد و درواقع کارایی را قدرت مالی^۴ حال شرکت‌ها تعبیر کردند. یک تغییر از کارایی محاسبه شده در تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی خوب‌بینانه شرکت در بهترین شرایط ممکن است. با روش تحلیل پوششی داده‌ها برای هر شرکت می‌توان مجموعه‌ای از داده‌ها محاسبه کرد که تفسیر ریاضی آن، کارایی شرکت در شرایط محتمل است. منظور از این مجموعه از داده‌ها در اینجا کارایی متقاطع^۵ است که در قسمت مبانی نظری و پیشینه پژوهش به تشریح آن پرداخته می‌شود.

در سال ۲۰۱۴ لیم و همکاران^۶ کارایی متقاطع را به عنوان نشانه‌ای از بازده شرکت در شرایط محتمل و مختلف آینده تعبیر کردند و جدول کارایی متقاطع را به جای بازده شرکت در دوره‌های گذشته، مبنای محاسبات بهینه‌سازی سبد سهام قراردادند و مدل مارکوویتز را بر روی این مبنای

1. Markowitz

2. Data Envelopment Analysis(DEA)

3. Edirisinghe & zhang

4. Financial strength

5. Cross Effeciency

6. Lim & Oh & Zho

جدید اجرا کردند؛ اما مدل مارکوویتز به دلیل استفاده از واریانس در محاسبه ریسک موردانتقاد قرار گرفته است.

مهم‌ترین دلیل این نقد، این است که سودهای که فاصله زیادی از میانگین دارند و برای سرمایه‌گذار مطلوب هستند به عنوان ریسک شناخته می‌شوند. از این‌رو معیار جدیدی برای ریسک که فقط ریسک نامطلوب را بسنجد، برای پژوهش‌گران اهمیت پیدا کرد. معیارهای متفاوتی برای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب ارائه شده که مهم‌ترین آن‌ها ارزش در معرض ریسک^۱ است که نقص‌های واریانس را ندارد، یعنی فقط نوسانات نامطلوب را بشمار می‌آورد. ارزش در معرض ریسک معیاری برای اندازه‌گیری حداکثر زیان احتمالی سبد سهام است که در سال ۱۹۹۴ از سوی وترستون ارائه شد. طبق تعریف، ارزش در معرض ریسک، حداکثر زیانی است که کاهش ارزش سبد سهام برای دوره معین در آینده با ضریب اطمینان مشخصی، از آن بیشتر نمی‌شود.

گوه و ژانگ^۲ در سال ۲۰۱۲، با توجه به مفهوم ارزش در معرض ریسک، یک مدل ریاضی برای ساخت سبد سهام بدون در نظر گرفتن توزیع خاصی برای بازده ارائه کردند، البته گوه و ژانگ هم مانند مدل مارکوویتز داده‌های تاریخی را مبنای محاسبات بهینه‌سازی سبد سهام قراردادند.

در این پژوهش با اجرای مدل ارزش در معرض ریسک بر روی ماتریس کارایی متقاطع روشی جدید برای بهینه‌سازی سبد سهام ارائه شده و در پایان عملکرد روش پیشنهادی با سبد بازار و روش لیم و همکاران یعنی مدل مارکوویتز بر روی کارایی متقاطع، مقایسه می‌شود.

مبانی نظری و مرواری بر پیشینه پژوهش

در یک نگاه کلی می‌توان، نظریه بهینه‌سازی سبد سهام^۳ را به دو گروه مدرن^۴ و فرامدرن^۵ تقسیم کرد، در نظریه مدرن، سبد سهام بهینه با سبک‌سنگین کردن بازده و ریسک تعیین و به طور معمول ریسک واریانس یا انحراف معیار در نظر گرفته می‌شود.

در نظریه فرامدرن سبد سهام بهینه، بر اساس رابطه بازدهی و ریسک نامطلوب، به تدوین رفتار سرمایه‌گذار و انتخاب سبد بهینه سهام پرداخته می‌شود (استردا^۶، ۴۷-۲۰۰۶، ۴۵).

1. Value at Risk

2. Goh & Zhang

3. Portfolio optimization

4. Modern Portfolio Theory(MPT)

5. Post Modern Portfolio Theory(PMPT)

6. Estrada

از پیشگامان نظریه‌های مدرن انتخاب سبد دارایی، هری مارکوویتز است. وی پژوهشی تحت عنوان «انتخاب سبد دارایی» منتشر کرد که عموماً به عنوان اساس نظریه مدرن سرمایه‌گذاری در نظر گرفته می‌شود. قبل از مارکوویتز سرمایه‌گذاران با مفاهیم ریسک و بازده آشنا بودند ولی به طور معمول نمی‌توانستند آن را به صورت روش سیستماتیک بیان کنند.

مارکوویتز بازده مورد انتظار هر سهم را میانگین بازده سهم در دوره‌های گذشته و ریسک هر سهم را واریانس بازده هر سهم در دوره‌های گذشته در نظر گرفت. او نشان داد که واریانس سبد به کوواریانس سهم‌ها بستگی دارد و آن را مطابق آنچه درتابع هدف مدل (۲) دیده می‌شود، فرموله کرد. با توجه به این که بازده سبد، جمع وزنی بازده سهم‌ها فرض شده است، با حل مدل (۱) و محاسبه مقدار E_{Ω}^m به عنوان حداکثر بازده مورد انتظار ممکن سبد سهام می‌توان، تابع هدف حداکثر سازی بازده را با در نظر یک حد قابل قبول به محدودیت تبدیل می‌شود.

$$E_{\Omega}^m = \text{Max} \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i$$

st:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n w_i &= 1 \\ w_i &\geq 0 \end{aligned} \tag{۱}$$

در مدل (۲) که یکی از ویرایش‌های مدل مارکوویتز است این حد قابل قبول به صورت درصد $\gamma - 1$ از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن تعریف شده است. E_{Ω}^m می‌تواند با استفاده از مدل (۱) محاسبه شود و با در نظر گرفتن γ اسب در مدل (۲) جایگذاری گردد.

$$V_{\Omega} = \text{Min} \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n w_i w_l \psi_{il}$$

st:

$$\sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \geq (1 - \gamma) E_{\Omega}^m \tag{۲}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n w_i &= 1 \\ w_i &\geq 0 \end{aligned}$$

در این مدل $\bar{\Omega}$ میانگین بازده هر سهم و E_{Ω}^m حداکثر بازده مورد انتظار ممکن سبد سهام است و عبارت $E_{\Omega}^m - (\gamma - 1)$ حداقل بازده مورد انتظار سبد را در قالب سهمی از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن نشان می‌دهد.

پژوهش‌های زیادی در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به پیروی از مدل مارکوویتز در داخل و خارج کشور صورت گرفته است. از آنجاکه این مدل غیرخطی است و برای حل آن روش ثابتی وجود ندارد، بسیاری از پژوهش‌ها بر شیوه حال این مدل متمرکر شده‌اند.

چنگ و یانگ^۱ (الگوریتم ژنتیک ۲۰۰۹)، راعی و علی بیک (روش حرکت تجمعی ذرات ۱۳۸۹)، الهی و یوسفی (۱۳۹۳، جست‌وجوی شکار)، قدوسی و تهرانی (روش تعزیزی شیوه‌سازی شده، ۱۳۹۴) و ... تلاش‌هایی برای حل مدل غیرخطی مارکوویتز در داخل و خارج هستند.

مارکوویتز در مدل خود فرض کرد که بازده تاریخی، متغیر تصادفی با توزیع نرمال است پس با دو پارامتر میانگین و واریانس بازده در دوره‌های گذشته به طور کامل بیان می‌شود اما فرض نرمال بودن بازده تاریخی در بسیاری از موارد درست نیست، زیرا بسیاری از پژوهش‌ها نشان می‌دهد که شکل توزیع داده‌ها دارای دو انتهای ضخیم‌تر نسبت به توزیع نرمال است یا به عبارت دیگر به وجود آمدن سودها و زیان‌های غیرعادی، بیشتر از آن است که تابع توزیع نرمال پیش‌بینی می‌کند (پست و گثورگی^۲، ۲۳۰-۲۳۲، ۲۰۰۸). به طور کلی، اگر توزیع بازده یک نوع دارایی، نرمال نباشد، آنگاه استفاده از واریانس به عنوان معیاری برای محاسبه ریسک، روش درستی نخواهد بود (بناتی و ریزی^۳، ۴۲۴، ۲۰۰۷).

مشکل دیگر استفاده از واریانس این است که سودهای که فاصله زیادی از میانگین دارند و برای سرمایه‌گذار مطلوب هستند، به عنوان ریسک شناخته شده و نامطلوب قلمداد می‌شوند. این در حالی است که از دید سرمایه‌گذاران کسب بازده‌های بزرگ‌تر از بازده مورد انتظار نه تنها نامطلوب شمرده نمی‌شود بلکه سرمایه‌گذاران از آن استقبال می‌کنند. از سوی دیگر، واریانس به عنوان معیار ریسک

1. Chang & Yang
2. Gioegi & Post
3. Benati & Rizzi

برای سرمایه‌گذار ملموس و قابل درک نیست (گئورگی^۱، ۲۰۰۲). درمجموع این مشکلات سبب شد تا پژوهش‌های جدیدی در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام با در نظر گرفتن معیارهای دیگری برای محاسبه ریسک انجام شود و نظریه فرا مدرن مسئله بهینه‌سازی سبد سهام آغاز شد.

نخستین بار رام و فرگومن^۲ (۱۹۹۳) در پژوهشی با عنوان "مدل پرتفوی فرا مدرن تکامل می‌یابد" اصطلاح مدل فرا مدرن پرتفوی را به صورت رسمی در ادبیات مالی به کاربردن و آن را به عنوان شروع تلاش‌هایی اطلاق کردند که معیارهای جدید ریسک را بکار می‌گیرند.

در این پژوهش، پژوهشگران نشان دادند که نظریه پرتفوی مدرن در شرایط خاصی عملکرد رضایت‌بخشی ندارد و عملکرد نامناسب مدل مدرن پرتفوی را ناشی از نادرست بودن فرض‌های این مدل، یعنی نرمال بودن توزیع داده‌ها و مناسب بودن واریانس به عنوان شاخص ریسک، دانستند. پژوهش‌های جدیدی برای معرفی معیاری کامل برای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب انجام شده، که در آن میان معیار ارزش در معرض ریسک مورد استقبال زیادی قرار گرفت.

ارزش در معرض ریسک که یکی از شاخص‌های مهم ریسک نامطلوب است، نسبت به واریانس، هم‌خوانی بیشتری با ادراک سرمایه‌گذاران داشته، مستلزم فرض مربوط به توزیع بازده نیست و تنها انحراف‌های منفی نسبت به بازده مورد انتظار را به عنوان ریسک در نظر می‌گیرد.

ارزش در معرض ریسک حداقل مبلغی را مشخص می‌کند که باحتمال معینی طی دوره زمانی مشخص، انتظار می‌رود بیش از آن مبلغ از دست نرود. برای مثال یک بانک ممکن است اعلام کند ارزش در معرض ریسک روزانه خرید و فروش پرتفوی بانک، در سطح اطمینان ۹۵ درصد، ۱۰ میلیون است و این یعنی تنها در ۵ مورد از ۱۰۰ معامله روزانه، ممکن است زیانی بیش از ۱۰ میلیون اتفاق افتد. سابقه این معیار به وقتی بر می‌گردد که "تیل گولیدمن"^۳ ارزش در معرض ریسک را توسعه داد و در ۱۹۹۳ طی کنفرانسی، شرکت «جی.بی.مورگان»، سیستم ارزش در معرض ریسک را برای نخستین بار به مشتریان معرفی کرد.

از پژوهش‌های نظری که بر ارزش در معرض ریسک به عنوان ابزار سنجش ریسک تأکیدارند، می‌توان به پژوهش‌های «جوریون^۴» (۱۹۹۶) و «ساندرز^۵» (۱۹۹۹) و «بودنر^۶» (۱۹۹۸) اشاره کرد.

1. Gioegi
2. Ram & Fergosen
3. Guldmann
4. Jorion
5. Sanders
6. Bodner

ارزش در معرض ریسک، پاسخگوی پیچیدگی‌های ابزارهای مالی بوده و انواع ریسک را دریک عدد خلاصه می‌کند. ازین‌رو، مدیران ارشد با انبوهی از محاسبه‌های ریسکی مواجه نمی‌شوند (حنیفی ۱۳۸۲، ۴-۵).

برخی از دلایل استفاده از ارزش در معرض ریسک (VaR) در مدیریت پرتفوی را می‌توان به شرح زیر بیان کرد:

۱. ارزش در معرض ریسک، به طور معمول برای سطوح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد و حتی بالاتر محاسبه می‌شود؛ بنابراین تمرکز آن، بر روی دنباله‌های توزیع است و با شکل توزیع داده‌ها ارتباط مفهومی ندارد. درحالی‌که واریانس و انحراف معیار در چارچوب توزیع‌های متقاضان و نرمال بهتر در کم می‌شود.

۲. ارزش در معرض ریسک چارچوبی برای اندازه‌گیری و تحلیل ریسک است که می‌توان آن را در مورد انواع دارایی‌ها به صورت یکسان به کاربرد. درنتیجه با استفاده از آن، پرتفوی مشکل از اوراق قرضه با پرتفوی تشکیل یافته از سهام قابل مقایسه خواهد بود.

۳. سرانجام و شاید از همه مهم‌تر اینکه ارزش در معرض ریسک توسعه مفهومی قابل درک و عینی است. مفاهیم آماری مثل واریانس و انحراف معیار پرتفوی برای مدیران تمامی شرکت‌ها یا مدیران و سرمایه‌گذاران چندان ملموس و قابل فهم نیستند. این در حالی است که ارزش در معرض ریسک همه پارامترهای مختلف اندازه‌گیری ریسک پرتفوی را در یک مبلغ قابل درک و محسوس خلاصه می‌کند.

روش‌های مختلفی برای برآورد ارزش در معرض ریسک وجود دارد که می‌توان آن‌ها را در سه گروه طبقه‌بندی کرد: روش‌های پارامتریک، روش‌های ناپارامتریک، روش‌های نیمه پارامتریک. بزرگ‌ترین مزیت استفاده از مدل‌های ناپارامتریک مانند شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی مونت کارلو، این است که برخلاف مدل‌های پارامتریک، نیازی نیست فرض خاصی برای توزیع بازده دارایی‌ها در نظر گرفته شود. به کارگیری هر یک از این روش‌ها تا اندازه زیادی تحت تأثیر نیازهای تحلیل‌گران و مقامهای تصمیم‌گیرنده سازمان، نوع دارایی‌های مورد بررسی، میزان دقت و سرعت موردنظر در محاسبه‌ها و دیگر ملاحظات قرار دارد. درزمانه اندازه‌گیری ریسک از شاخص ارزش در معرض ریسک و همچنین بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس حداقل سازی این شاخص در ایران، پژوهش‌های چندانی صورت نگرفته است. در پژوهش‌های لاتین نیز اگرچه، پژوهش‌های

متعددی در زمینه برآورد ارزش در معرض ریسک وجود داشته اما کمتر به مسئله بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس ارزش در معرض ریسک پرداخته شده است.

جوری^۱ (۲۰۰۴) دو روش میانگین-واریانس و حداقل سازی ارزش در معرض ریسک را برای هشت سهام در بازار نیویورک، باهم مقایسه کرده است. وی بدین نتیجه رسید که، نتایج بهینه‌سازی از روش ارزش در معرض ریسک بخصوص در داده‌های غیر نرمال، بهتر است. در پژوهش اقبال نیا (۱۳۸۴)، ارزش در معرض ریسک با استفاده از شاخص بازده نقدی محاسبه شده، ولی سبد بهینه تعیین نشده است. در پژوهش احمدی و شهریار (۱۳۸۶)، چهار شرکت انتخاب شده و ارزش در معرض ریسک آن‌ها به روش اقتصادسنجی سری زمانی محاسبه شده و میزان سهم هر کدام از شرکت‌ها تعیین می‌شود. این پژوهش نیز مدلی جامع برای بهینه‌سازی سبد سهام با ارزش در معرض ریسک ارائه نمی‌کند.

ابراهیم عباسی و بابک تیمور پور (۱۳۸۸) در پژوهشی، ارزش در معرض ریسک را به روش پارامتریک با استفاده از بازده‌های شرکت‌ها محاسبه کرده و به عنوان یک محدودیت به مدل مارکوویتز، اضافه می‌شود ولی عملاً بازهم واریانس معیار اندازه‌گیری ریسک سبد است. در پژوهش‌های، فلاح‌پور و یاراحمدی (ثوری مقدار حدی ۱۳۹۱)، عباسی (به سه روش پارامتریک، تاریخی، شبیه‌سازی مونت کارلو ۱۳۹۲)، صادقی و دهکردی (آنالیز موجک ۱۳۹۲)، کیانی و فرید (۱۳۹۳) به برآورد ارزش در معرض ریسک به روش‌های مختلف پرداخته شده است ولی به ارائه مدلی برای مسئله بهینه‌سازی سبد سهام توجه ای نشده است. میرفیض و عبدالهی (۱۳۹۲) به مدل‌سازی مسئله بهینه‌سازی سبد سهام با الگوریتم مورچگان با معیارهای متفاوت ریسک از جمله ارزش در معرض ریسک پرداخته است.

گوه و ژانگ (۲۰۱۲) مبتنی بر مفهوم ارزش در معرض ریسک یک مدل برنامه ریاضی ارائه دادند که با حداقل کردن ارزش در معرض ریسک یک سبد، میزان هر سهم در سبد را مشخص می‌کند. این مدل از روش ناپارامتریک و با استفاده از داده‌های T دوره گذشته شرکت‌ها به تشکیل سبد سهام می‌پردازد. نقطه قوت این مدل عدم نیاز به فرض خاصی برای توزیع بازده شرکت‌ها است. طبق تعریف ارزش در معرض ریسک (VaR)، حداقل مقداری است که اگر بر روی بازده سبد بگذاریم، حداقل به احتمال $(1-\alpha)$ درصد، بازده سبد مثبت می‌شود، مطابق رابطه^(۳).

$$VaR_{1-\alpha} = \min\{\xi: P[(\xi + E_\Omega) \geq 0] \geq 1 - \alpha\} \quad (3)$$

طبق رابطه ۳، با حداقل کردن ارزش در معرض ریسک (VaR) در T دوره زمانی، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به شکل زیر فرموله می‌شود:

$$\min \quad VaR$$

St:

$$VaR + \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \geq -Ky_i \quad i = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$\sum_{i=1}^T y_i = [\alpha T]$$

$$\sum_{i=1}^n w_j \bar{r}_j \geq (1 - \gamma) E_\Omega^m$$

$$w_j \geq 0$$

$$y_{i \in \{0,1\}}$$

در مدل (۴)، r_{ij} بازده شرکت \mathcal{Z} ام در زمان i و w_j وزن شرکت \mathcal{Z} ام در سبد بهینه و تعداد دوره زمانی گذشته، n ، تعداد شرکت‌ها، α سطح اطمینان موردنظر و K ، یک عدد ثابت بزرگ است. در این مدل \bar{r}_j میانگین بازده هر سهم و E_Ω^m حداکثر بازده مورد انتظار ممکن سبد سهام است و عبارت $(1 - \gamma) E_\Omega^m$ حداقل بازده مورد انتظار سبد را در قالب سهمی از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن نشان می‌دهد. با توجه به این که بازده سبد، جمع وزنی بازده سهم‌ها فرض شده است، همانند مدل مارکوویتز، مقدار E_Ω^m می‌تواند با استفاده از مدل (۱) محاسبه شود و با در نظر گرفتن γ مناسب در مدل (۴) جایگذاری گردد.

مدل بھینه‌ساز (۴)، به دنبال پیدا کردن وزن‌های بھینه سهم‌ها، درواقع همان متغیر W_j ، در مدل است. مدل با انتخاب حداقل ارزش در معرض ریسک سبد، این وزن‌های بھینه را مشخص می‌کند. از این‌رو، با توجه به مفروض‌های این مدل، نیازی به محاسبه ارزش در معرض ریسک هر سهم نیست. با توجه محدودیت سوم در مدل (۴)، مدل اجازه می‌دهد در α درصد اوقات متغیر Y برابر یک شود. وقتی متغیر برابر یک شود قید متناظر در دسته قیود نخست مدل زائد می‌شود، یعنی بازده سبد در α درصد اوقات یا در $[\alpha T]$ دوره زمانی، می‌تواند منفی باشد (رابطه ۵). در مابقی اوقات Y برابر صفر می‌شود یعنی بازده سبد بعلاوه ارزش در معرض ریسک در آن دوره‌ها باید بیشتر از صفر شود. مدل، مینیمم VaR هایی را که در این قیود صدق کند را انتخاب کرده و سبد بھینه از شرکت‌های منتخب تشکیل می‌شود (۶).

$$VaR + \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \geq -K \quad (5)$$

$$VaR \geq - \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \quad (6)$$

اما مهم‌تر از ایراداتی که به واریانس به عنوان شاخص ریسک می‌توان وارد دانست انتقادی است که به بنای محاسبات، بھینه‌سازی مدرن و فرا مدرن سبد وارد است و آن استفاده از داده‌های تاریخی به عنوان نشانگر آینده است. مهم‌ترین نقد این است که دلیل وجود ندارد آینده مطابق نظم موجود در گذشته، رخ دهد. بعلاوه این که اگر بازده شرکت در دوره‌های گذشته مبنا باشد، تقدم و تأخیر داده‌های تاریخی شامل اطلاعات مفیدی از آینده است که در مدل مارکوویتز ندیده گرفته می‌شود. مثلاً این نکته مهم است که آیا بازده‌های پایین، داده‌هایی مربوط به دوره‌های آخر یا نخست مورد بررسی هستند یا در خلال دوره‌ها به صورت نوسان‌های نامطلوب اتفاق افتاده‌اند؟ وقتی شرکتی در گذشته تاریخی دور بازده قابل قبولی داشته ولی در دوره‌های اخیر افت بازده نشان می‌دهد انتظار می‌رود آینده مطلوبی نداشته باشد، اما در مدل مارکوویتز گذشته دور خوب، گذشته نزدیک بد را جبران می‌کند و بازده مورد انتظار را خوش‌بینانه ارزیابی می‌کند. در ذیل ابتدا به توضیح تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و مفهوم کارایی متقاطع که می‌تواند جایگزینی برای داده‌های تاریخی بازده فراهم کند پرداخته می‌شود.

تحلیل پوششی داده‌ها، تکنیکی ناپارامتریک برای سنجش و ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از پدیده‌ها (سازمان‌ها) با ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه است (جهانشاهلو و حسین‌زاده، ۱۳۸۵). علت مقبولیت گسترده‌تر روش DEA نسبت به سایر روش‌ها، امکان بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و چندین خروجی است که در این فعالیت‌ها وجود دارد.

مدل‌های مختلفی از تحلیل پوششی داده‌ها وجود دارد و با توجه به مفروض‌های مسئله و ویژگی‌های مدل، مورداستفاده قرارمی‌گیرد. یکی از مهم‌ترین مشکلات مدل‌های ارائه شده بهینه‌سازی سبد سهام، عدم در نظر گرفتن شاخص‌ها و معیارهای چندگانه در ارزیابی شرکت‌هایی است که در سبد قرار می‌گیرند.

با توجه به قابلیت روش تحلیل پوششی داده‌ها در به‌کارگیری شاخص‌های چندگانه، در پژوهش‌های متعددی از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها برای حل مسائل مالی و انتخاب سبد سهام استفاده شده است که از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های (افشار کاظمی و خلیلی عراقی، ۱۳۹۱) و (ادریسینگ و ژانگ، ۲۰۰۸) و (چن^۱، ۲۰۰۸) و (چانگ و لی^۲، ۲۰۱۲) و... اشاره کرد. ادریسینگ (ادریسینگ و همکاران، ۲۰۰۸) در پژوهشی به نام «انتخاب سبد سهام بر اساس قدرت شاخص‌های با به‌کارگیری تحلیل پوششی داده‌ها» قوت مالی شرکت را با وارد کردن شاخص‌های مالی به عنوان ورودی و خروجی به مدل سی سی آر^۳ که یک مدل پایه تحلیل پوششی داده‌هاست و مجاز به استفاده از داده‌های منفی نیست، معرفی کرد و ثابت کرد که بین کارایی محاسبه شده و بازده ماههای بعد شرکت‌ها رابطه معناداری وجود دارد. لیم و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از ایده ادریسینگ و با اصلاح نقطه ضعف کار او (استفاده مدل CCR برای داده‌های منفی) یعنی استفاده از مدل RAM^۴ که مجاز به استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های منفی است، مفهوم کارایی متقطع را به عنوان نشانگر بازده احتمالی شرکت در شرایط محتمل آینده معرفی و با نقد استفاده از داده‌های تاریخی، ماتریس کارایی متقطع را مبنای محاسبه ریسک و بازده قراردادند. آن‌ها با انجام مدل مارکوویتز بر روی این ماتریس، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را حل کردند اما همچنان مشکلات استفاده از واریانس به عنوان معیار ریسک در پژوهش آن‌ها باقی است.

-
1. Chen
 2. Chang & Lee
 3. Charnes & Cooper & Rhodes (CCR)
 4. Range Adjusted Measure

از این‌رو، در این پژوهش به ترکیب مدل ارزش در معرض ریسک بر روی ماتریس کارایی متقاطع پرداخته شده است تا هم جایگزین بهتری برای داده‌های تاریخی و هم معیار کاراتری برای ریسک ارائه گردد. در این پژوهش، از مدل RAM که یک مدل جمعی با بازده به مقیاس متغیر است و به دلیل برخورداری از خاصیت پایداری در مقابل محورها، قابل کاربرد بر روی داده‌هایی است که ممکن است هم در ورودی‌ها و هم در خروجی‌ها مقادیر منفی مشاهده شود، استفاده می‌شود. فرم پوششی مدل RAM که یک مدل جمعی با بازده به مقیاس متغیر است، به شکل مدل (۷) است.

اندیس j : نشان‌دهنده هریک از واحد تحت ارزیابی

اندیس i : نشان‌گر ورودی

اندیس r : نشان‌گر خروجی

x_{ij} : مقدار ورودی i ام واحد j ام

y_{rj} : خروجی r ام واحد j ام

$$\max \frac{1}{m+s} \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{R_r^+} \right)$$

st:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{io} \quad i = 1, \dots, m \quad (V)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + s_r^+ = y_{ro} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, s_i^- \geq 0, s_r^+ \geq 0$$

واحد تحت ارزیابی با اندیس 0 نشان داده می‌شود و در این مدل s_i^- ، s_r^+ و λ_j متغیر هستند.

بازه‌های R_i^- و R_r^+ به ترتیب برای ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت رابطه (۸) و (۹) تعریف می‌شود:

$$R_i^- = \max(x_{ij}, j = 1, \dots, n) - \min(x_{ij}, j = 1, \dots, n) \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$R_r^+ = \max(y_{rj}, j = 1, \dots, n) - \min(y_{rj}, j = 1, \dots, n) \quad r = 1, \dots, s \quad (9)$$

دو گان مدل پوششی RAM که به فرم مضربی در تحلیل پوششی داده‌ها معروف است، به صورت مدل (۱۰) است:

$$\min e_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{io} - \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - w$$

st:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (10)$$

$$u_r \geq \frac{1}{m+s} R_r^+ \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_i \geq \frac{1}{m+s} R_i^- \quad i = 1, \dots, m$$

w آزاد در علامت

در مدل (۱۰)، w ، u_r و v_i متغیر هستند.

این مدل برای ارزیابی هر واحد اجرای شده، مقدار ناکارایی واحد را محاسبه می‌کند. مقدار کارایی برابر است با یک منهای مقدار ناکارایی مطابق فرمول (۳۷-۲):

$$E_0 = 1 - (\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - w) \quad (11)$$

مدل (۱۰) برای ارزیابی هر واحد اجرашده و با جایگذاری در مدل (۱۱) مقدار کارایی هر سهم محاسبه می‌شود. فرم مضری در تحلیل پوششی داده‌ها از تفسیر جالبی برخوردار است و آن تخصیص بهترین وزن به واحد تحت ارزیابی است. به همین دلیل گاهی گفته می‌شود تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی خوش‌بینانه شرکت یا ارزیابی شرکت در بهترین شرایطی است که ممکن است برای شرکت تأمین شود. با حل این مدل مقدار ناکارایی شرکت‌ها محاسبه شده در واقع در مدل RAM در تابع هدف میزان ناکارایی محاسبه می‌شود و یک منهای ناکارایی برابر است با مقدار کارایی.

منظور از کارایی متقطع محاسبه یک منهای مقدار تابع هدف مدل (۱۰)، با استفاده از وزن‌های بهینه حاصل از حل مدل برای واحدهای دیگر است. حال اگر مدل تحلیل پوششی داده‌ها را بتوان ارزیابی شرکت در بهترین شرایطی ممکن قلمداد کرد، کارایی متقطع را باید ارزیابی شرکت در بهترین شرایط شرکتی دیگر دانست. بر این اساس ماتریس کارایی متقطع، جدولی از حالات مختلف برای هر شرکت را نشان می‌دهد که هر کدام از این حالات به نفع یک شرکت است. چون شرایط در آینده به‌حال به‌طور نسبی به نفع یکی از شرکت‌هاست، می‌توان کارایی متقطع را ارزیابی از وضع شرکت در شرایط محتمل آینده تعبیر کرد.

ارزیابی از وضع شرکت در شرایط محتمل آتی را می‌توان نشانگری از بازده شرکت در شرایط محتمل آتی قلمداد کرد و به جای داده‌های تاریخی بازده که نشانگر بازده آتی قلمداد می‌شدند، بکار برد. در بخش روش پژوهش، نحوه تفسیر و کاربرد مدل گوه و ژانگ (۲۰۱۲) بر روی جدول کارایی متقطع بیان می‌شود.

روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از بعد هدف، از نوع پژوهش‌های کاربردی بوده و قلمرو مکانی و زمانی پژوهش، شرکت‌های پذیرفته شده بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ می‌باشد. در انجام این پژوهش گام‌های زیر طی شده است:

۱- تعیین شاخص‌های مالی به عنوان ورودی و خروجی در مدل DEA

- ۲- محاسبه کارایی شرکت‌ها با اجرای مدل RAM اصلاح شده و تشکیل ماتریس کارایی متقاطع
- ۳- مدل‌سازی، روش ارزش در معرض رسیک بر روی ماتریس کارایی متقاطع شرکت‌ها و محاسبه سبد بهینه سهام
- ۴- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی
- ۵- مقایسه روش پیشنهادی با مدل لیم و همکاران.

۱) تشریح مراحل پژوهش

۱- تعیین شاخص‌های مالی به عنوان ورودی و خروجی در مدل DEA

در این پژوهش به پیروی از ادرسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) از شاخص‌های مالی که منعکس کننده وضعیت فعلی شرکت‌ها و قوت مالی آن‌ها می‌باشد، به عنوان ورودی و خروجی مدل تحلیل پوششی داده‌ها استفاده می‌شود.

ادریسینگ، این طور استدلال کرده است که شاخص‌های ورودی نسبت‌های مالی از جنس سیاست‌گذاری و شاخص‌های خروجی نسبت‌های مالی از جنس نتیجه‌گیری هستند. این شاخص‌های مالی به تفکیک ورودی و خروجی در جدول ۱ بیان شده است.

جدول ۱

نام شاخص	خروجی / ورودی	تعریف
گردش حساب‌های دریافتی	ورودی	دفعات موفقیت شرکت در دریافت مطالبات خود
گردش موجودی کالا	ورودی	دفعات موفقیت شرکت برای خرید/ فروشن یا تولید/ فروشن
گردش دارایی	ورودی	فروش ایجادشده از هر ریال از دارایی‌های تحت تملک شرکت
نسبت جاری	ورودی	نسبت دارایی جاری به بدھی جاری
نسبت آئی	ورودی	نسبت دارایی جاری منهای موجودی کالا به بدھی جاری
ضریب مالکانه	ورودی	نسبت دارایی به حقوق صاحبان سهام
نسبت بدھی	ورودی	نسبت کل بدھی به کل دارایی شرکت
بدھی به حقوق صاحبان سهام	ورودی	تأمین مالی بلندمدت توسط بستانکاران در مقابل صاحبان سهام

تقسیم بدھی به حقوق صاحبان سهام	ورودی	بدھی بلندمدت به حقوق صاحبان سهام
نسبت به کارگیری دارایی‌ها.	خروجی	ROA
سود خالص ایجادشده در مقابل هر یک ریال حقوق صاحبان سهام.	خروجی	ROE
درآمد خالص حاصل از یک ریال فروش	خروجی	حاشیه سود خالص
نسبت سود خالص منهای سود تقسیمی سهام ممتاز بر تعداد سهام عادی	خروجی	سود هر سهم
درجه تغییر در عایدات شرکت در طی دوره زمانی مشخص	خروجی	نرخ رشد درآمدها
درجه تغییر در سود و خالص شرکت در طی دوره زمانی مشخص	خروجی	نرخ رشد سود خالص
درجه تغییر در سود هر سهم شرکت در طی دوره زمانی مشخص	خروجی	نرخ رشد هر سهم

۱-۲- محاسبه کارایی شرکت‌ها با اجرای مدل RAM اصلاح‌شده و تشکیل ماتریس کارایی متقاطع

به دلیل وجود اعداد منفی در مقادیر ورودی و خروجی، از مدل RAM که مجاز به استفاده از اعداد منفی می‌باشد برای محاسبه کارایی هر شرکت استفاده می‌شود. کارایی به دست آمده یعنی هر شرکت در بهترین شرایط خود چه قوت مالی دارد.

حال با تشکیل ماتریس کارایی متقاطع، کارایی هر شرکت را در شرایطی که وضعیت برای دیگر شرکت‌ها بهتر است، به دست آورده یعنی با توجه به وزن‌های بهینه سایر شرکت‌ها، کارایی در شرایط محتمل برای هر شرکت به دست می‌آید. همان‌طور که گفته شد، در مدل RAM چون در تابع هدف میزان ناکارایی محاسبه می‌شود و یک منهای ناکارایی دقیقاً برابر است با مقدار کارایی، بنابراین کارایی متقاطع برای واحد زام با استفاده از وزن‌های بهینه واحد k از رابطه ۱۲ محاسبه می‌شود:

$$E_j^K = 1 - \left(\sum_{i=1}^m v_i^k x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r^k y_{rj} - W \right) \quad (12)$$

به دلیل وجود اعداد منفی در مقادیر ورودی و خروجی مدل RAM، در ماتریس کارایی متقطع اعداد منفی دیده می شود که می توان، با اضافه کردن قید زیر و اعمال اصلاحات بر روی مدل RAM مانع از حضور مقادیر منفی در جدول کارایی متقطع شد.

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \geq -1 \quad j = 1, \dots, n \quad (13)$$

لازم به ذکر است که لیم و همکاران در پژوهش خود به منفی بودن اعداد کارایی متقطع توجهی نکرده و این از ابیرادهای پژوهش آن هاست. (گودرزی، ۱۳۹۴، ۴۳).

حال ماتریس کارایی متقطع بدست آمده، به وسیله مدل RAM اصلاح شده، به جای داده های تاریخی، مبنای محاسبه بازده ریسک سبد قرار می گیرد.

۳-۱- مدل سازی، روش ارزش در معرض ریسک بر روی ماتریس کارایی متقطع شرکت ها و محاسبه سبد بهینه سهام

در این پژوهش، با ترکیب دو مفهوم ارزش در معرض ریسک و کارایی متقطع به تشکیل سبد بهینه سهام پرداخته می شود.

طبق مدل گوه و ژانگ در T دوره زمانی، ارزش در معرض ریسک یعنی حداقل مقداری که اگر روی بازده سبد گذاشته شود، تنها در $[0, T]$ دوره زمانی بازده سبد کوچکتر از صفر می گردد، یعنی در $(0, T]$ درصد اوقات، بازده سبد بزرگتر از صفر می شود.

از سوی دیگر، مفهوم کارایی متقطع یعنی کارایی شرکت در شرایط محتمل آینده که هریک از این شرایط در واقع بـه نفع یکی از شرکت ها تلقی می شود. حال اگر هریک از این شرایط محتمل آینده تحت عنوان اوقات نامبرده شود، آنگاه اوقات یا شرایط محتمل در آینده برابر با تعداد شرکت ها خواهد بود؛ اما از آنجایی که کارایی که به عنوان نشانگر بازده در این پژوهش بکار رفته، برخلاف بازده همواره مقدار بیشتر از صفر دارد، کاربرد مدل ارزش معرض ریسک بر روی آن همواره به ازای هر ترکیبی از سهم شرکت ها برقرار است و به مقدار ارزش در معرض ریسک صفر منجر می شود؛ بنابراین لازم است مدل ارزش معرض ریسک با تعریفی متناسب با مقادیر کارایی باز تعریف شود. می توان یک حد معین خیلی خوب به عنوان مثال ۰/۹۸ در نظر گرفت تا

مدل سبدی را بسازد که کارایی آن در اکثر اوقات بالای این مقدار باشد و درواقع مدل از بین شرکت‌های که تنها در αT اوقات، کارایی کمتر از 98% داشته باشند، انتخاب می‌کند. به بیان دیگر شرکت‌هایی که حتی در شرایطی که اوضاع به نفع دیگر شرکت‌ها باشد، باز هم کارایی آنها در اکثر اوقات از یک حد معین قابل قبول کمتر نمی‌شود، سبد را می‌سازند.

$$\min \quad VaR$$

St:

$$VaR + \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \geq -k y_i + 0.98 \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = [\alpha n] \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = [\alpha n]$$

$$w_{j \geq 0}, y_{i \in \{0, 1\}}$$

r_{ij} یعنی کارایی شرکت j ام در زمانی که شرایط به نفع شرکت i ام، w_j وزن بهینه هر شرکت در سبد سهام و n تعداد شرکت‌ها که برابر است با تعداد دوره زمانی و α سطح اطمینان مورد قبول مدل می‌باشد.

۴-۱- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی

بعد از به دست آوردن سبد بهینه در سال‌های مختلف، روش پیشنهادی ارزیابی می‌شود. برای ارزیابی عملکرد، ویلیام شارپ^۱ در سال ۱۹۶۴، معیاری ترکیبی از عملکرد سبد سهام ارائه کرد که نسبت بازده به تغییر پذیری یا نسبت بازده بازار به ریسک کل نام دارد (RVAR). معیار شارپ از

1. Sharp

تقسیم میانگین بازده اضافی پرتفوی دریک دوره مشخص بر انحراف معیار بازده‌ها در همان دوره محاسبه می‌شود که به آن نسبت پاداش تغییرپذیر نیز می‌گویند. این معیار به صورت رابطه ۱۵، محاسبه می‌شود:

$$\text{RVAR} = (\overline{TR}_P - \overline{RF}_P) / SD_P \quad \text{رابطه ۱۵}$$

در رابطه بالا \overline{TR}_P یعنی میانگین بازده سبد در دوره زمانی معین، \overline{RF}_P ، میانگین بازده بدون ریسک و SD_P ، انحراف معیار بازده سبد در همان دوره زمانی معین می‌باشد. منظور از بازده اضافی در اینجا مقدار بازده بیشتر از بازده بدون ریسک است. این معیار برای ارزیابی عملکرد پرتفوی به کار می‌رود، هر پورتویی که مقدار بیشتری را به خود اختصاص دهد، نسبت به بقیه عملکرد بهتری دارد.

۵-۱- مقایسه روش پیشنهادی با مدل لیم و همکاران :

برای مقایسه این دو روش، به طور جداگانه سبدهای بهینه تعیین شده با این ترتیب که، گام‌های ۱ و ۲ را به طور عینی تکرار کرده و در گام سه، مدل مارکوویتز را بر روی ماتریس کارایی متقطع اجرا کرده و سبدهای بهینه را در دوره زمانی موردنظر حساب می‌شود و سپس مطابق گام چهارم، معیار شارپ آن را حساب کرده و با شارپ روش ارزش در معرض ریسک مقایسه می‌گردد.

تجزیه و تحلیل داده‌ها و آزمون فرضیه‌ها

از بین همه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، ۱۸۵ شرکت که سال مالی آن‌ها اسفند هرسال است و اطلاعات موردنیاز پژوهش برای آن‌ها به طور کامل وجود داشت، در بازه زمانی ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ انتخاب می‌شوند. برای جمع‌آوری داده‌ها از اطلاعات موجود در نرم‌افزار ره‌آورد نوین و آرشیو معامله‌های موجود در سایت بورس اوراق بهادار تهران و برای مدل‌سازی و اجرای مدل از نرم‌افزار GAMS استفاده شده است.

بعد از اجرای مدل ارزش در معرض ریسک پیشنهادی در سال‌های ۹۰ تا ۹۴، میزان خرید هر سهم و سبد بهینه هرسال به شرح زیر، تشکیل گردید:

جدول ۲. سبد بهینه سال ۹۰

نام شرکت	وزن هر سهم	بازدہ هر سهم
آلومینیوم ایران	۰/۹۹۷	-۰/۰۰۳
پارس دارو	۰/۰۰۳	۰/۱۹

جدول ۳. سبد بهینه سال ۹۱

نام شرکت	وزن هر سهم	بازدہ هر سهم
آلومینیوم ایران	۰/۰۴۱	۰/۹۸
سیمان قائن	۰/۹۲۶	۰/۳۲
معدنی املح ایران	۰/۰۱۴	۰/۶۵

جدول ۴. سبد بهینه سال ۹۲

نام شرکت	وزن هر سهم	بازدہ هر سهم
تجارت الکترونیک پارسیان	۰/۰۸۶	۰/۹۲
سیمان فارس	۰/۱۲۴	-۰/۱۰
سیمان فارس نو	۰/۷۹	۲/۲۵

جدول ۵. سبد بهینه سال ۹۳

نام شرکت	وزن هر سهم	بازدہ هر سهم
کاغذسازی کاوه	۰/۰۶۱	-۰/۰۵۵
دشت مرغاب	۰/۹۳۹	۰/۰۵

جدول ۶. سبد بهینه سال ۹۴

نام شرکت	وزن هر سهم	بازدہ هر سهم
مجتمع‌های توریستی و رفاهی	۰/۰۰۴	*
ارتباطات سیار	۰/۹۹۶	۰/۴۱

اگرچه، بر اساس نتایج حاصل از اجرای مدل در چند مقطع زمانی نمی‌توان به مفهوم ریاضی برتری یک روش نسبت به روش دیگر را اثبات کرد. اما حصول نتیجه بهتر برحسب شاخصی که عملکرد روش در چندین مقطع زمانی و متوالی را منعکس کند، می‌تواند به توجیه یک روش کمک کند.

در این پژوهش، به پیروی از روش لیم و همکاران (۲۰۱۴) برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی بهینه‌سازی سبد سهام و مقایسه آن با روش پیشنهادی لیم و همکاران از معیار شارپ استفاده شده است. این معیار امکان مقایسه عملکرد روش با سبد بازار را نیز فراهم می‌کند.

بعد از محاسبه سبد بهینه هرسال با به دست آوردن بازده هر سهم در آن سال، بازده سبد بهینه هرسال که برابر با میانگین وزنی بازده هر سهم در سبد است، به دست می‌آید (جدول ۶). نرخ بازده بدون ریسک برای محاسبه شارپ، برابر است با متوسط نرخ سود بانکی یک‌ساله بانک ملی، در سال‌های موردنظر. لازم به ذکر است که بازده هر سهم از رابطه $16 = \text{بازده هر سهم} - (\text{قیمت نخست دوره} + \text{سودنقدی}) / \text{قیمت آخر دوره}$ به دست می‌آید:

$$\text{رابطه } 16 = \text{قیمت نخست دوره} / (\text{سودنقدی} + \text{قیمت نخست دوره} - \text{قیمت آخر دوره}) = \text{بازده هر سهم}$$

جدول ۷. بازده سبد بهینه در سال‌های موردمطالعه

سال موردنظر	بازده سبد روش ارزش در معرض ریسک	بازده سبد	بازده
	روش ارزش در معرض ریسک	سبد بازار	روش لیم و همکاران
۱۳۹۰	-۰/۰۰۲	۰/۰۹	-۰/۰۰۱
۱۳۹۱	۰/۳۶۲	۰/۴۳	۰/۳۴
۱۳۹۲	۱/۸۴	۱/۰۵	۲/۰۵
۱۳۹۳	۰/۴۸	-۰/۲۲	۰/۴۸
۱۳۹۴	۰/۴۱	۰/۲۷	۰/۳۲

جدول ۸. مقدار شارپ

روشن	مقدار شارپ
روش ارزش در معرض خطر	۰/۶۸
روش لیم و همکاران	۰/۶۲
سبد بازار	۰/۳۳

همان طور که گفته شد، هر چقدر مقدار RVAR بیشتر باشد، عملکرد روش در تعیین سبد سهام بهینه بهتر است که با توجه به مقادیر شارپ هر روش در جدول ۸ می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی از عملکرد بهتری نسبت به مدل لیم و همکاران و سبد بازار برای ساخت سبد بهینه سهام برخوردار است.

نتیجه‌گیری و بحث

هدف این پژوهش، ارائه روشی جدید برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام با به کارگیری مدل ارزش در معرض ریسک بر روی ماتریس کارایی متقاطع (توجه به آینده با به کارگیری شاخص ریسک کاراتر) است. از آنجاکه، پژوهشگران مختلف از جمله مارکوویتز در کتاب خود بیان نموده است که واریانس ویژگی‌های یک معیار کامل برای اندازه‌گیری ریسک سبد سهام را ندارد، پژوهش‌های زیادی در تعریف و به کارگیری معیارهای دیگری برای محاسبه ریسک صورت گرفت. از این‌رو، در این پژوهش از معیار ارزش در معرض ریسک که یکی از سنجه‌های مهم اندازه‌گیری ریسک نامطلوب است، برای محاسبه ریسک استفاده شد.

از سوی دیگر، استفاده از داده‌های تاریخی، به عنوان معیاری برای قضاوت در مورد آنچه در حال و آینده رخ می‌دهد، خالی از اشکال نیست زیرا هیچ تضمینی وجود ندارد که آینده مطابق نظم موجود در گذشته اتفاق بیفتند، در این پژوهش به پیروی از ادرسینگ (۲۰۰۸) و لیم و همکاران (۲۰۱۴)، از شاخص‌های مالی به عنوان ورودی و خروجی در مدل RAM استفاده کرده و کارایی به عنوان نشانه‌ای از قوت مالی حال شرکت و کارایی متقاطع به عنوان نشانگر وضع مالی شرکت در شرایط محتمل آینده قلمداد شد. بر این اساس ماتریس کارایی متقاطع، به جای داده‌های تاریخی بازده، مبنای محاسبه قرار گرفت. در نهایت مدل ارزش در معرض ریسک ارائه شده توسط گوه و ژانگ (۲۰۱۲) با اعمال تغییراتی بر روی ماتریس کارایی متقاطع ۱۸۵ شرکت بورس اوراق بهادار تهران اجراسده و سبد بهینه سهام ساخته می‌شود. لازم به ذکر است که هر چند ارزش در معرض ریسک به عنوان معیار ریسک مورد توجه پژوهشگران در داخل کشور قرار گرفته اما کاربرد مدل ریاضی باهدف حداقل سازی ارزش در معرض ریسک سبد سهام در بهینه‌سازی سبد آنچنان که در این پژوهش مشاهده می‌شود، مورد توجه قرار نگرفته است. ایده کاربرد مدل بهینه‌سازی سبد سهام یا حداقل سازی ارزش در معرض ریسک گوه و ژانگ، بر روی کارایی متقاطع و اعمال تعدیل‌های

لازم در آن را حتی در پژوهش‌های خارجی مطرح نشده و آن را می‌توان به عنوان نوآوری و تجربه منحصر به فرد این پژوهش در نظر گرفت.

شاخص شارپ محاسبه شده برای روش پیشنهادی، از شارپ سبد بازار و شارپ مدل لیم و همکاران بیشتر است که این مهم نشان‌دهنده عملکرد قابل قبول و بهتر آن نسبت به مدل لیم و همکاران، در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام می‌باشد. درنتیجه نشان داده شد که در نظر گرفتن ارزش در معرض ریسک به عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک که امکان مدیریت بهتر و کنترل بیشتر بر روی ریسک‌های نامطلوب را می‌دهد، بر روی کارایی متقطع می‌تواند به ساخت سبدهای با عملکرد بهتر و سودآوری بیشتر منجر شود.

با توجه به نتایج پژوهش و بررسی عملکرد مدل، به شرکت‌های سرمایه‌گذاری، صندوق‌های سرمایه و سرمایه‌گذاران حقیقی پیشنهاد می‌شود که از روش تلفیقی ارزش در معرض ریسک و کارایی متقطع برای ساخت سبد سهام بهینه استفاده کنند.

در نهایت پیشنهادهای پژوهش برای مطالعه‌های آتی به شرح زیر است:

- در این پژوهش، مدل ارزش در معرض ریسک که مدلی مبتنی بر اهداف چندگانه است، به روش تبدیل تابع هدف به محدودیت، حل شده است، می‌توان با استفاده از سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندهدفه برای مدل‌سازی و حل این مسئله پرداخت.
- استفاده از دیگر شاخص‌های مالی به عنوان ورودی و خروجی در محاسبه کارایی متقطع شرکت‌ها به عنوان مبنای تشکیل سبد سهام
- استفاده از سایر معیارهای ریسک که تاکنون روی بازده تاریخی اجراسده، بر روی مبنای کارایی متقطع مانند معیار ارزش در معرض ریسک شرطی و ...

منابع

- Abbasi, A. Teimourpour, B. Barjeste Maleki, M. (2009). «Optimum Portfolio Selection Using Value at Risk in Tehran Stock Exchange». *Journal of Tahghighate Eghtesadi*, 44(87), 91-114. (in Persian)
- Abbasi, A. (2013). «Estimation and assessment of value at Risk in the forex market». *Scientific Journal Management System*, 5(17), 23-44. (in Persian)
- Afshar Kazemi, M., Khalili Araghi, M. (2012). «Portfolio selection in Tehran Stock Exchange by combining data envelopment analysis and goal programming». *Journal of financial knowledge securities analysis*, 5(1), 49-63. (in persian)
- Ahmadi, M., Shahriyar, B. (2008). «Determining the optimal level of investment in the stock market by Risk approach». *The Iranian Accounting and Auditing Review*, 14(49), 3-24. (in persian)
- Benati, S., Rizzi, R. (2007). «A mixed integer linear programming formulation of the optimal mean/Value at Risk problem». *European journal of reaserch*, Vol 176, 423-434.
- Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). «Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm». *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10529-10537.
- Chang, P. T., Lee, J. H. (2012). «A fuzzy DEA and knapsack formulation integrated model for portfolio selection». *Computers & Operations Research*, 39(1), 112-125.
- Chen, H. H. (2008). «Value-at-Risk efficient portfolio selection using goal programming». *Review of Pacific Basin Financial Markets and Policies*, 11(02), 187-200.
- Chen, H. H. (2008). «Stock selection using data envelopment analysis». *Industrial Management & Data Systems*, 108(9), 1255-1268.
- Edirisinghe, N. C. P., Zhang, X. (2008). «Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries». *Journal of the Operational Research Society*, 842-856.
- Eghbalniya, M. (2007). «Methods for calculating Value at Risk». *Capital (newspaper)*, issue 267, 1386/6/26. (in persian).
- Elahi, M., Yousefi, M. (2014). «Mean-variance portfolio optimization approach using the Search Algorithm for hunting». *Journal of financial research*, 16(1), 37-56. (in persian)
- Estrada, J. (2006). «The cost of Equity in Emerging , A downside risk approach». *Emerging markets Review*, vol 7, pp67-81.
- FalahShams, M. Abdollahi, A. Moghadassi, M. (2013). «Examining the Performance of Different Risk Criteria in Portfolio Selection and Optimization,

- Using the Ant Colony Algorithm In companies Listed at the Tehran Stock Exchange». *Financial Management Strategy*,1(2),1-23.(in persian)
- Fallahpour, S. Yar Ahmadi, M. (2012). «Value at Risk using the theory of expected value in the Stock Exchange». *Scientific Journal Management System*, 4(13), 103-122. (in Persian)
 - Ghodousi, S., Tehrani, R. (2015). «Portfolio optimization using simulated annealing». *Journal of financial research*, 17(1),141-158. (in persian)
 - Giorgi,G.,Post,Thierry.(2008).«Second Order Stochastic Dominanc, Reward-Risk Portfolio Selection and the CAPM». *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 43(2),25-46.
 - Giorgi,G.(2002). «A Note on portfolio Selection under Various Risk Measures». (from www.ssen.com).
 - GOh,J.,Zhang,W.,Lim,K.,Sim,M.(2012).«Portfoli value-at-risk optimization for asymmetrically distributed asset returns». *European Journal of Operational Research*,Vol 221,pp397–406 .
 - Goudarzi, M. (2015). «*An Approach to Portfolio Optimization*». Master's Thesis,University of Guilan, (in persian)
 - Hanifi, F. (2002).«A new way of risk management». *Journal of capital*,1(1), 5. (in persian)
 - Hwang, S. N., Chang, T. Y. (2003). « Using data envelopment analysis to measure hotel managerial efficiency change in Taiwan». *Tourism Management*, 24(4), 357-369.
 - Jahanshahloo, GH., Hoseinzadeh, F. (2007). *Introduction to DEA*. Tehran: Tarbiyat moalem univercity. (in persian)
 - Johri,S.(2004). «Portfolio Optimization with Hedge Funds».Swiss *Federal Institute oof Technology*.
 - Kiani,T., Fareed,D.,Sadeghi,H.(2015). «The Measurement of Risk based on the Criterion of Value at Risk via Model of GARCH ». *Financial Management Strategy*,3(3),149-168. (in persian)
 - Lim, S., Oh, K. W., & Zhu, J. (2014). « Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market». *European Journal of Operational Research*, 236(1), 361-368.
 - Markowitz, H. (1952). «Portfolio selection». *The journal offinance*, 7(1), 77- 91.
 - Raee, M., Pooyanfar, A,. (2012).*Advanced investment management*. Tehran: samt. (in persian)
 - Raee, R., Alibeik, H., (2010). «optimization Stock portfolio with using particle swarm». *Journal of financial research*, 12(29),21-40. (in persian)
 - Sadeghi, H., Nazarizadeh Dehkordi, S. (2013). «Calculating the value at risk by using wavelet analysis». *Financial Management Strategy*,2(1),97-124.(in persian)